

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2019.11.019

Halbach 型永磁吸附装置吸附力计算方法研究^{*}

黄 渭¹, 朱甲射¹, 陈咏华¹, 孙振国^{1,2*}

(1. 清华大学 机械工程系, 北京 100084; 2. 浙江清华长三角研究院, 浙江 嘉兴 314006)

摘要:针对 Halbach 型永磁吸附装置空间磁路复杂, 难以通过常规的磁路分析方法设计各项结构参数的问题, 研究了一种较便捷的吸附力计算方法, 以便对吸附装置进行设计和调整。首先推导了无漏磁时理想 Halbach 永磁体对铁磁性壁面的吸附力公式; 对等长全对称型阵列进行了傅里叶分析, 求取了各模块的最优磁化方向, 以及离散化带来的吸附力损失; 针对纵向和横向端部效应下漏磁引起的吸附力损失, 提出了使用选定基准线上的磁感应强度的分布特征替代全局积分的简化计算模型的方法, 计算了各结构参数变化对端部效应的影响, 并以此为基础对理想吸附力计算公式进行了修正。实验结果表明: 经过修正公式计算得到的吸附力与该装置实际吸附力的平均误差为 3.3%, 满足工程应用设计要求。

关键词:爬壁机器人; 永磁吸附装置; Halbach 阵列; 端部效应

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 1001-4551(2019)11-1221-06

Adsorption force calculation of Halbach permanent magnetic adsorption device

HUANG Wei¹, ZHU Jia-she¹, CHEN Yong-hua¹, SUN Zhen-guo^{1,2}

(1. Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Yangtze Delta Region Institute of Tsinghua University, Jiaxing 314006, China)

Abstract: Aiming at the problem of structure parameters design of Halbach permanent magnetic array working on wall-climbing robots, an experimental study on adsorption force calculation was carried out. Adsorption force of ideal array was calculated firstly as a basis for follow-up correction methods. Then the optimal magnetization direction of each module in a full-symmetric discrete array was analyzed and the loss of adsorption force caused by discretization was calculated with Fourier analysis method. A simplified correction model of the end-effect was proposed for rapid calculation, by studying a method on distribution of magnetic induction on the reference line instead of global integration, and the calculation formula of adsorption force was modified considering the end-effect caused by the change of structure parameters. The test results indicate that the computed adsorption force basically tallies with measured force, with the average relative error less than 3.3%.

Key words: wall-climbing robot; permanent magnetic adsorption device; Halbach array; end-effect

0 引 言

永磁吸附式爬壁机器人吸附能力显著优于负压吸附等其他吸附方式, 工作过程中无需额外供电与冷却设备支持, 轻便可靠, 被广泛应用于石油、化工、海洋工

程等领域, 以及大型钢结构件的探伤、检测、清洁等作业^[1]。

爬壁机器人永磁吸附装置分为轭铁型与 Halbach 型。应用较多的轭铁型吸附装置是通过轭铁将永磁体串联起来, 与铁磁性壁面形成闭合磁路以实现吸附, 设

收稿日期: 2019-04-11

基金项目: 苏州-清华创新引领行动专项资助项目(2016SZ0218)

作者简介: 黄渭(1994-), 男, 江苏如东人, 硕士研究生, 主要从事磁吸附爬壁检测机器人方面的研究。E-mail: huang-w16@mails.tsinghua.edu.cn

通信联系人: 孙振国, 男, 副教授, 博士生导师。E-mail: sunzhg@tsinghua.edu.cn

计方法简单,安装方便,但大量轭铁降低了单位质量的吸附力^[2]。Halbach 型吸附装置通过特殊的永磁体排列方式获得较为理想的单边磁场,吸附效率显著提高^[3]。陈勇^[4]利用 Halbach 阵列的单边效应实现了吸附力的加载与卸载,并通过外侧软铁磁轭进一步增强了吸附力;闫晨飞^[5]基于 Halbach 阵列提出了一种新型永磁吸附装置,通过增加单位周期内的模块数目进一步提高了吸附效率,并利用遗传算法对结构参数进行了优化。

Halbach 永磁体阵列空间磁路复杂,难以依靠常规的磁路分析方法设计各项结构参数,采用有限元方法仿真计算精度高,但耗费机时,用于方案寻优初选效率不佳。

本文将对无漏磁理想 Halbach 永磁体产生的吸附力进行解析推导,并对永磁体离散化和端部效应漏磁引起的吸附力损失进行分析,提出一种计算 Halbach 型永磁吸附装置吸附力的方法。

1 理想 Halbach 永磁体的吸附力

本文对理想 Halbach 永磁体建立空间直角坐标系,如图 1 所示。

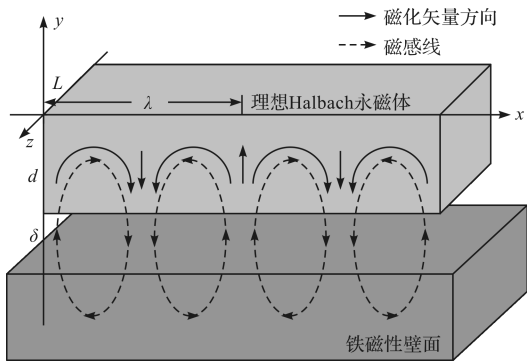


图 1 理想 Halbach 永磁体空间直角坐标系

图 1 中:沿 x 方向,永磁体的磁化方向以 λ 为周期进行变化,永磁体的长度为 w (为能与壁面形成闭合磁路, w 通常为 $\lambda/2$ 的正整数倍);其上、下表面分别位于平面 $y = 0, y = -d$ 上(d —永磁体的厚度);为保证爬壁机器人运动的灵活性,其下表面与壁面应有间距 δ ,即壁面的上表面位于 $y = -d - \delta$ 处; L —永磁体的宽度;永磁体在长度和宽度方向均无漏磁,磁感线分布在在永磁体内部与正下方。

永磁体内部的磁化矢量沿 x 方向光滑连续地按正弦曲线变化,可分解为:

$$\begin{cases} M_x = M_0 \sin kx \\ M_y = M_0 \cos kx \\ M_z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: K —周波数, $k = 2\pi/\lambda$; $M_0 = B_0/\mu_0$; B_r —永磁体的剩余磁感应强度; μ_0 —真空磁导率。

无漏磁时,永磁体在正对的壁面上表面处产生的磁场强度 y 分量为^[6]:

$$H_{y0} = M_0 \cos kx (1 - e^{-kd}) e^{-k\delta} \quad (2)$$

壁面中磁感应强度未达饱和时,磁阻近似为 0。因此,可由镜像法得到壁面上表面处的磁感应强度为:

$$B_{st} = 2\mu_0 H_{y0} \quad (3)$$

根据磁场能量公式和虚位移法^[7],且有 $M_0 = Br/\mu_0$,可求得无漏磁时理想 Halbach 永磁体的吸附力为:

$$F_{st} = \frac{wL}{\lambda} \int_0^\lambda \frac{B_{st}^2}{2\mu_0} dx = \frac{B_r^2 wL}{\mu_0} (1 - e^{-kd})^2 e^{-2k\delta} \quad (4)$$

2 离散化阵列的磁化方向与吸附力

实际工程应用中,使用分段磁化的长方体永磁体模块组合成离散化的 Halbach 阵列,以逼近理想 Halbach 永磁体,在这一过程中阵列的吸附力相对于理想 Halbach 永磁体会发生衰减。离散阵列单周期通常包含 $4n$ 个模块,每个模块的长度 b_i 与磁化方向 θ_i 各异,其决定了阵列吸附力相对于理想永磁体的衰减幅度。

各模块长度 b_i 相等,对称面位于模块间的分界面上的 Halbach 阵列,称为等长全对称型 Halbach 阵列,如图 2 所示。

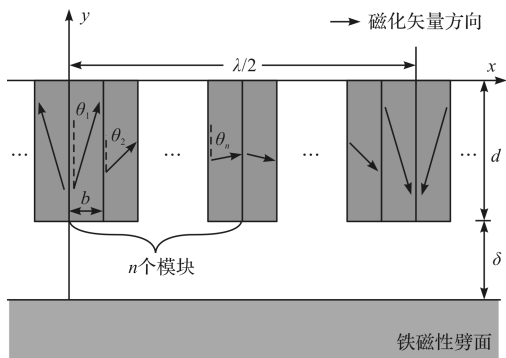


图 2 等长全对称型 Halbach 阵列

图 2 中:各模块长度 $b = \lambda/(4n)$,磁化方向与 y 轴正方向的夹角分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ 。

根据 Halbach 阵列的周期性,笔者利用傅里叶级数分解方法对图 2 中的阵列进行解析分析,求取各模块的最优磁化方向 θ_i ,并对按该参数离散化引起的吸附力衰减进行分析。

磁化强度矢量可由垂直磁化矢量分量(M_{xp})和水平磁化矢量分量(M_{yp})的傅里叶级数表示:

$$\mathbf{M} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} [M_{xp}\mathbf{j}_x + M_{yp}\mathbf{j}_y] = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} [\widetilde{M}_{xp}e^{jk_px}\mathbf{j}_x + \widetilde{M}_{yp}e^{-jk_px}\mathbf{j}_y] \quad (5)$$

式中: k_p —第 p 次谐波波数 ($k_p = 2\pi p/\lambda$); $\widetilde{M}_{xp}, \widetilde{M}_{yp}$ —磁化矢量沿 x 和 y 方向的第 p 次傅里叶级数。

根据傅里叶级数的定义,将各模块的磁化方向代入,可解得 $\mathbf{M}$ 的偶数次 ($p = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$) 傅里叶级数为 0, 奇数次 ($p = \pm 1, \pm 3, \pm 5$) 傅里叶级数为:

$$\widetilde{M}_{xp} = -\frac{2M_0}{\pi p} \sum_{i=1}^n \left[\sin\theta_i \left(\cos \frac{\pi p i}{2n} - \cos \frac{\pi p (i-1)}{2n} \right) \right] \quad (6)$$

$$\widetilde{M}_{yp} = -\frac{2M_0}{\pi p} \sum_{i=1}^n \left[\cos\theta_i \left(\sin \frac{\pi p i}{2n} - \sin \frac{\pi p (i-1)}{2n} \right) \right] \quad (7)$$

壁面上表面处磁感应强度分布的傅里叶级数与

$\widetilde{M}_{xp}, \widetilde{M}_{yp}$ 相关,表达式为^[8]:

$$\begin{cases} \widetilde{B}_{xp} = \left(-\frac{\mu_0}{2} \widetilde{M}_{xp} - \frac{j\mu_0 k_p}{2|k_p|} \widetilde{M}_{yp} \right) \times (1 - e^{-|k_p|d}) e^{-|k_p|\delta} \\ \widetilde{B}_{yp} = \left(-\frac{j\mu_0 k_p}{2|k_p|} \widetilde{M}_{xp} + \frac{\mu_0}{2} \widetilde{M}_{yp} \right) \times (1 - e^{-|k_p|d}) e^{-|k_p|\delta} \end{cases} \quad (8)$$

为使吸附力取极大值,需使占主要成分的磁感应强度一次谐波分量值 (包含 $p = \pm 1$) 达到最大。将式

(6,7) 代入式 (8), 且一次谐波分量值 $B_{x1} = \widetilde{B}_{x1} +$

$\widetilde{B}_{x(-1)}, B_{y1} = \widetilde{B}_{y1} + \widetilde{B}_{y(-1)}$, 解得其表达式为:

$$\begin{cases} B_{x1} = \frac{2\mu_0 M_0}{\pi} (1 - e^{-\frac{2\pi d}{\lambda}}) e^{-\frac{2\pi \gamma}{\lambda}} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \times \\ \sum_{i=1}^n \left[\sin\left(\theta_i - \frac{\pi i}{2n}\right) - \sin\left(\theta_i - \frac{\pi(i-1)}{2n}\right) \right] \\ B_{y1} = \frac{2\mu_0 M_0}{\pi} (1 - e^{-\frac{2\pi d}{\lambda}}) e^{-\frac{2\pi \gamma}{\lambda}} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \times \\ \sum_{i=1}^n \left[\sin\left(\theta_i - \frac{\pi(i-1)}{2n}\right) - \sin\left(\theta_i - \frac{\pi i}{2n}\right) \right] \end{cases} \quad (9)$$

求取 $\partial B_{x1}/\partial \theta_i = 0$ 和 $\partial B_{y1}/\partial \theta_i = 0$, 可解得:

$$\theta_i = \frac{(2i-1)\pi}{4n} \quad (10)$$

式 (10) 求得的 θ_i 即为最优磁化方向, 此时壁面上的磁感应强度仅包含 $4np+1$ 阶分量 ($p = 0, 1, \dots$)。忽略高阶分量影响, 则磁感应强度可近似为一阶分量, 即:

$$B_{rl1} = 2B_{y1} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4n}\right)}{\frac{\pi}{4n}} B_{st} < B_{st} \quad (11)$$

由式 (4) 可知, 装置的吸附力与壁面上磁感应强度的平方积分成正比, 因此阵列的实际吸附力相对于 F_{st} 偏弱, 衰减程度随单周期划分模块数增多而减小, 计算时需在 F_{st} 的基础上乘以离散化修正系数 ε_1 :

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4n}\right)}{\frac{\pi}{4n}} \right)^2 \quad (12)$$

3 端部效应引起的吸附力损失分析

3.1 端部效应及其简化计算模型

对于永磁吸附装置, 受安装空间的限制, 单个装置在各方向尺度均相对有限, 阵列末端处的磁感应强度因空间漏磁而严重衰减, 这一端部效应引起的吸附力损失不可忽略^[9]。考虑端部效应漏磁的等长全对称型 Halbach 阵列的实际吸附力为, 则可通过计算离散化和端部效应带来的吸附力损失, 对式 (4) 中的理想无漏磁吸附力进行修正:

$$F_{rl} = \varepsilon F_{st} \quad (13)$$

结合式 (4,13) 可得:

$$\varepsilon = \frac{F_{rl}}{F_{st}} = \frac{\int_{s_0} B_{rl}^2 ds}{\int_{s_0} B_{st}^2 ds} \quad (14)$$

即修正系数可表达为全壁面 S_0 上实际与理想磁感应强度的平方积分之比。分别记纵向与横向端部效应修正系数为 ε_2 和 ε_3 , 则 $\varepsilon = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3$ 。

通过观察发现, 永磁体在壁面上产生的磁感应强度 $B_{rl}(x, z)$ 沿 x 和 z 方向的分布特征的相关性很小, 可近似认为相互独立, 即:

$$B_{rl}(x, z) \approx B_0 \tau_z(x) \tau_x(z) \quad (15)$$

式中: B_0 —壁面上选定的某点 (x_0, z_0) 处的磁感应强度; $\tau_z(x), \tau_x(z)$ —以该点为基准沿 x 和 z 方向磁感应强度的分布系数, $\tau_z(x_0) = \tau_x(z_0) = 1$ 。

由式 (4) 可知, 理想磁感应强度 B_{st} 沿 x 和 z 方向的分布亦具有独立性:

$$B_{st}(x, z) \approx B_0 \tau_{z0}(x) \tau_{x0}(z) \quad (16)$$

对于理想 Halbach 永磁体, $\varepsilon_1 = 1$ 。将式 (15,16) 代入式 (14) 中可得:

$$\varepsilon_2 \varepsilon_3 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \tau_z(x)^2 dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \tau_x(z)^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \tau_{z0}(x)^2 dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{x0}(z)^2 dz} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} B_{rlz}^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} B_{stz}^2 dx} \cdot \frac{\int_{-\infty}^{\infty} B_{rlx}^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} B_{stx}^2 dz} \quad (17)$$

式中: B_{rlz}, B_{rlx} —该基准点沿 x 和 z 方向的实际磁感应强度; B_{stz}, B_{stx} —理想磁感应强度。

可用二者的平方积分比计算该方向上的修正系数。可选取壁面上磁感应强度最大的点作为基准点,以减小误差。

考虑纵向端部效应系数 ε_2 , 设阵列长度为 $N/2$ 个周期, 阵列下方磁感应强度分布如图 3 所示。

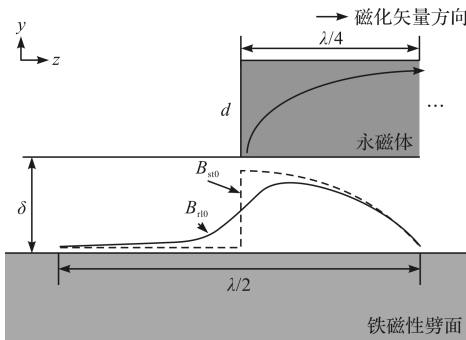


图 3 纵向端部效应下的磁感应强度分布

阵列左右两端各 $\lambda/4$ 区间内的磁感应强度受纵向端部效应影响, 而分散衰减到含外侧 $\lambda/4$ 共 $\lambda/2$ 的区间内^[10], 而两端以外永磁体下方的磁感应强度 $B_{rlz} = B_{slz}$ 。则纵向端部效应系数可表达为:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{N} \cdot \frac{\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} B_{rlz}^2 dx}{\int_0^{\lambda/4} B_{slz}^2 dx} + \frac{N-1}{N} \quad (18)$$

考虑横向端部效应系数 ε_3 , 阵列下方磁感应强度分布如图 4 所示。

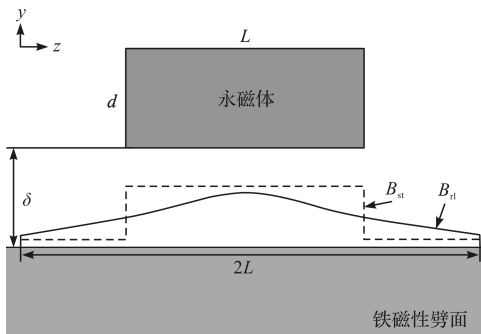


图 4 横向端部效应下的磁感应强度分布

其分布因横向端部效应产生分散衰减至长度为的区间内, 则横向端部效应修正系数可以表达为:

$$\varepsilon_3 = \frac{\int_0^L B_{rlx}^2 dz}{\int_0^{L/2} B_{slx}^2 dz} \quad (19)$$

3.2 数值计算方法及修正系数计算结果

B_{rlx} 和 B_{rlz} 可借助磁荷法进行解析计算。对于无自由电流的稳恒磁场问题, 空间中任意一点处的磁感应强度可以表示为:

$$B = - \int \frac{\mu_r \rho R}{4\pi R^3} dV + \int \frac{\mu_r \sigma R}{4\pi R^3} dS \quad (20)$$

式中: μ_r — 相对磁导率 (空气中 $\mu_r = 1$); ρ — 体磁荷密度; σ — 面磁荷密度; R — 被积磁荷到该点处的距离向量 (R 为其模)。

该式第 1 项为对永磁体内部所有体磁荷进行积分, 第 2 项为对永磁体表面上所有面磁荷进行积分。

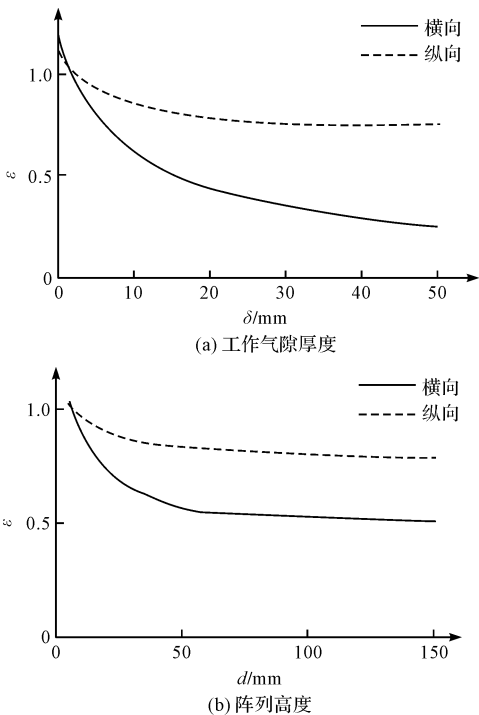
永磁体的体磁荷密度与磁化强度 M_0 的散度成正比, 面磁荷密度与垂直于该表面的磁化强度 M_{0n} 成正比^[11]。将式 (1) 代入可解得:

$$\begin{cases} \rho = \nabla' \cdot (\mu_0 M_0) = k M_0 \cos kx \\ \sigma = \mu_0 M_{0n} = M_0 \cos kx \end{cases} \quad (21)$$

在实际计算端部效应的过程中, 因式 (20) 中被积分项的原函数非初等函数, 需借助数值积分工具, 并结合被积分目标特性简化计算。处理过程如下:

- (1) 因离散化修正系数 ε_1 与 ε_2 和 ε_3 不相关, 使用 4 模块离散阵列模型替代理想永磁体进行后续计算;
- (2) 计算基准线上 8 ~ 10 个关键点处的磁感应强度, 对于剧烈变化处增大取点密度;
- (3) 基于 B_{rlx} 和 B_{rlz} 在空间中连续平滑分布的特性, 获取 (2) 中各点的三次样条插值函数 $\widetilde{B_{rlz}}$ 和 $\widetilde{B_{rlx}}$, 作为实际磁感应强度分布的近似;
- (4) 将 (3) 中函数代入式 (18, 19) 中, 除以 ε_1 以抵消离散化的影响, 计算得 ε_2 和 ε_3 。

最终所得 ε_2 和 ε_3 受包括 δ 、 d 、 L 、 λ 在内的多种结构参数影响。固定 λ 和 $N = 2$, 取 $\lambda/d = 10$, $\lambda/L = 5$, $\lambda/\delta = 30$ 作为基准值, 在控制其他参数的前提下, 各参数变动对 ε_2 和 ε_3 的影响如图 5 所示。



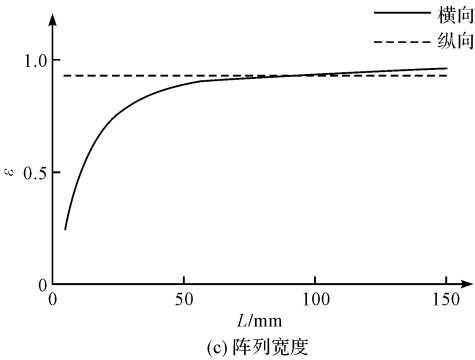


图 5 各结构参数变动对端部效应修正系数的影响

从图 5 可以看出:气隙厚度较大、阵列高度较大或者阵列宽度过小时,端部效应引起的吸附力损失不可忽略,其中横向端部效应甚至可能引起 50% 以上的吸附力损失,因此有必要通过式(13)对理想吸附力进行修正。

4 实验及结果分析

为验证吸附力计算公式(13)的准确性,本文制备了 3 组不同结构参数的单周期 8 模块吸附装置,测量了在不同厚度工作气隙下的吸附力,并与计算值和仿真值进行了对比,结果如表(1~3)所示。

表 1 第 1 组吸附力测试与计算仿真结果

δ/mm	F_m/N	F_s/N	F_{rl}/N	$e/(\%)$
30	27	30	28	3.7
25	45	49	47	4.4
20	80	82	82	2.5
15	147	146	147	0
10	282	271	280	-0.7
7.5	408	390	398	-2.5
5	608	570	583	-4.1

表 2 第 2 组吸附力测试与计算仿真结果

δ/mm	F_m/N	F_s/N	F_{rl}/N	$e/(\%)$
30	54	50	48	-11
25	86	81	74	-14
20	140	134	133	-5
15	234	230	233	-0.4
10	433	416	424	-2.1
7.5	567	572	585	3.2
5	816	809	827	1.3

表 3 第 3 组吸附力测试与计算仿真结果

δ/mm	F_m/N	F_s/N	F_{rl}/N	$e/(\%)$
25	38	40	35	-7.9
20	68	72	66	-2.9
15	132	138	131	-0.8
12	205	210	201	-2
9	313	328	316	1
7	438	450	434	-1
5	609	629	607	-0.3

F_m —实验测量吸附力; F_s —仿真得到的吸附力; F_{rl} —通过公式(13)计算得到的吸附力; e — F_{rl} 与 F_m 的相对误差

各组吸附装置的结构参数如表 4 所示。

表 4 各组吸附装置的结构参数

结构参数	λ/mm	d/mm	L/mm
第 1 组	160	15	30
第 2 组	160	15	40
第 3 组	120	24	26

根据表(1~3)中数据可以看出:通过式(13)计算得到的吸附力在不同工作气隙下,与仿真吸附力和实测吸附力均吻合得较好,整体平均相对误差为 3.3%,相对误差偏大的情况主要发生在受系统与测量误差影响较大的低吸附力阶段,基本满足实际工程设计时的精度要求。

5 结束语

本文对 Halbach 永磁吸附装置吸附力的计算方法进行了研究,在求取无漏磁时理想 Halbach 永磁体对铁磁性壁面的吸附力的基础上,针对离散化和端部效应引起的吸附力损失进行了修正;针对离散化,应用傅里叶分析方法求解了等长全对称阵列的最优磁化方向及此时的离散化修正系数;针对端部效应,使用基准线上的磁感应强度分布特征分别计算横向与纵向端部效应修正系数,以避免全局多重积分的繁琐运算。

实验验证结果表明:本文提出的计算方法可以为 Halbach 型永磁吸附装置设计提供一种便捷而高精度的技术手段。

参考文献(References):

[1] 崔宗伟,孙振国,张文增,等.爬壁机器人高效焊缝修形方法[J].清华大学学报:自然科学版,2014,54(9):1127-1130.

(下转第 1230 页)

本文引用格式:

黄 渭,朱甲射,陈咏华,等. Halbach 型永磁吸附装置吸附力计算方法研究[J]. 机电工程,2019,36(11):1221-1225,1230.
HUANG Wei, ZHU Jia-she, CHEN Yong-hua, et al. Adsorption force calculation of Halbach permanent magnetic adsorption device[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2019,36(11):1221-1225,1230.
《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>