

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2017.07.005

# 工业磁轴承电涡流阻尼伴随特性研究<sup>\*</sup>

于振杰, 胡雄心<sup>\*</sup>, 郎成业, 肖芳

(浙江工业大学 特种装备制造与先进加工技术教育部/浙江省重点实验室, 浙江 杭州 310014)

**摘要:**针对工业磁轴承中电涡流阻尼效应暂态认知难的问题,通过分析电涡流阻尼的伴随特性定量评价了其在磁轴承控制过程中的作用。首先引入磁矢位对电磁感应定律中的线积分和面积分不同表述形式的电涡流进行了统一,进而推导了工业磁轴承在 PWM 控制下的工作由电流的交变特性引起电生阻尼和机械振动引起的动生阻尼简化数学模型;然后通过 Matlab-Simulink 对单自由度磁轴承仿真分析,并且与同控制条件下未考虑涡流效应的模型进行了对比;最后通过冲击响应仿真实验验证了伴随效应,定量评价抑制振动和工作电流特性。研究结果表明,暂态过程中动生阻尼和电生阻尼对工业磁轴承存在着自稳效应,加快了控制电流稳态响应;另外计入电涡流阻尼效应的转子振动位移峰值相对未计人的降低了 10.23%。

**关键词:**工业磁轴承;电涡流;阻尼;伴随特性

中图分类号:TH133;TM154.2<sup>+1</sup>

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2017)07-0714-05

## Damper co-located characteristics of industrial magnetic bearing

YU Zhen-jie, HU Xiong-xin, LANG Cheng-ye, XV Fang

(Key Laboratory of E&M., Ministry of Education & Zhejiang Province, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** Aiming at transient electrical eddy current damping effect of industrial magnetic bearing hard to describe, features of eddy current damper was analysed by us and its effect was quantitatively evaluated. Firstly, a sample model of industrial PWM magnetic bearing with electric damper and motional damper was derived; then, a SDOF magnetic bearing was simulated, contrastive analysed the vibrational characteristics by Matlab-Simulink; finally, co-located characteristics, quantitative evaluation of vibration suppression and feature of current was verified by simulation of impact response. The results indicate, because of motional damper and electrical damper in industrial magnetic bearing, self-stabilization existed during transient process, control current was stabilized faster, and the peak value of vibratory displacement decrease 10.23% comparing with the general case.

**Key words:** industrial magnetic bearing; eddy current; damper; co-located characteristics

## 0 引言

工业磁轴承使用 PWM 功放驱动,由于其在导通时功率器件上仅有很低的正向电压,与模拟功率放大器相比降低了功放的功耗。一般线性功率放大器的效率在 5% ~ 30% 之间;而开关功率放大器的效率在 60% ~ 90% 之间<sup>[1]</sup>。显然与模拟功率放大器驱动下的磁轴承相比,工业磁轴承损耗功率明显降低。但是在

PWM 信号驱动下的磁轴承的涡流效应也随之产生。如何在理论上详细描述此涡流效应,并且详细阐述涡流效应对磁轴承的影响,对磁轴承的稳定控制和自传感磁轴承等方面的研究有着重要意义<sup>[2-3]</sup>。

运动金属导体置于时变磁场中,由于电磁感应产生的感应电流,即电涡流。交变电流产生交变磁场引起的电生涡流和机械振动引起的动生涡流,电涡流与磁场相互作用产生电磁阻尼<sup>[4]</sup>。

收稿日期:2016-12-07

基金项目:浙江省自然科学基金资助项目(LY14E050010);2015 年浙江省公益技术应用研究计划项目(2015C31054)

作者简介:于振杰(1991-),男,内蒙古赤峰人,硕士研究生,主要从事磁悬浮轴承方面的研究. E-mail:18767120146@163.com

通信联系人:胡雄心,男,讲师. E-mail:huxx007@zjut.edu.cn

国外诸多研究机构对于电涡流阻尼效应进行了研究和运用。Henry A. Sodano 等人<sup>[5-6]</sup>运用永磁铁提供不可控动生阻尼和电磁铁产生可控的电生阻尼,有效地抑制了悬臂梁共振模态下的振动。Hongjin Kim 等人<sup>[7]</sup>则运用电生涡流阻尼效应产生高质量的单位冲击信号,并通过测量动生涡流效应引起的电动势来构建测试系统,实现了金属铝管的轴向模态和径向模态的非接触式测量。

针对工业磁轴承,国内已经有多家研究机构开始对其进行研究,浙江大学唐明、祝长生等人<sup>[8-11]</sup>基于 PWM 的一次谐波构建了磁轴承的自传感,使得磁轴承系统能够在转速为 1 500 r/min 下稳定运行。南京航空航天大学徐龙祥、谢振宇等人<sup>[12]</sup>实现了磁轴承试验台的产品化,使转子在其一阶临界转速下稳定运行。西安交通大学李黎川等人<sup>[13]</sup>基于电流变化率反馈,实现了单自由度磁轴承实验平台的无位移传感器运行。

以上的研究中未能对工业磁轴承涡流效应在磁轴承控制过程中的影响进行定量化分析和阐述。所以本研究首先推导工业磁轴承中 PWM 控制下的工作电流引起电生阻尼和动生涡流阻尼的简化数学模型,然后通过 Matlab-Simulink 对单自由度磁轴承仿真分析,研究涡流阻尼振动抑制特性,最后通过冲击响应仿真实验验证涡流阻尼的伴随效应,定量评价振动抑制以及控制电流的特性。

## 1 建 模

### 1.1 伴随阻尼模型

阻尼模型示意图如图 1 所示。

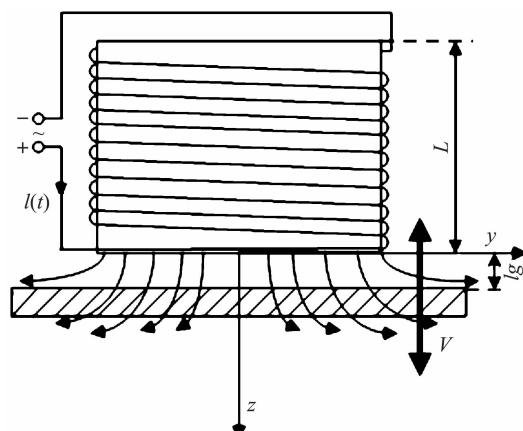


图 1 阻尼模型示意图

设磁轴承线圈长度为  $L$ ,线圈中通有交变电流为  $I(t)$ ,磁轴承线圈与金属导体间的气隙为  $lg$ ,金属导体在交变磁场中沿 Z 方向以速度  $v$  进行运动。

由法拉第电磁感应定律有:

$$\oint_C E' d_l = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d_s + \oint_C v \times \mathbf{B} d_l \quad (1)$$

式中: $\mathbf{E}'$ —运动金属导体内部的电场, $\mathbf{B}$ —磁感应强度, $v$ —金属导体  $z$  方向振动速度。加粗黑体表示矢量。

根据斯托克斯定理:

$$\oint_S \nabla \times \mathbf{G} d_s = \oint_C \mathbf{G} d_l \quad (2)$$

式中: $\nabla$ —哈密顿算子, $\mathbf{G}$ —任意有向场。

引入磁矢位  $\mathbf{A}$ ,有:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3)$$

$$-\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d_s = -\int_S \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{A}) d_s = -\oint_C \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} d_l \quad (4)$$

将式(4)代入式(1)有:

$$\oint_C E' d_l = \oint_C -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (v \times \mathbf{B}) d_l \quad (5)$$

由式(5)可以有电流密度为:

$$J = \sigma \mathbf{E}' = \sigma \left[ -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (v \times \mathbf{B}) \right] = \sigma \left[ -\frac{\partial \mathbf{A}_\varphi}{\partial t} + v(-\mathbf{B}_y i + \mathbf{B}_x j) \right] \quad (6)$$

式中: $\sigma$ —金属的电导率; $v$ — $z$  方向上的振动速度; $B_x$ , $B_y$ — $x$  方向的磁场强度和  $y$  方向的磁场强度; $(v \times B)$ —由速度在金属平板上引起的电涡流。

由于圆环的对称性,有  $B_x = B_y$ 。

可见只要知道磁矢位和磁感应强度就可以求得金属导体上的电涡流密度,进而求得涡流阻尼力。

在柱坐标下,线圈微元示意图如图 2 所示。

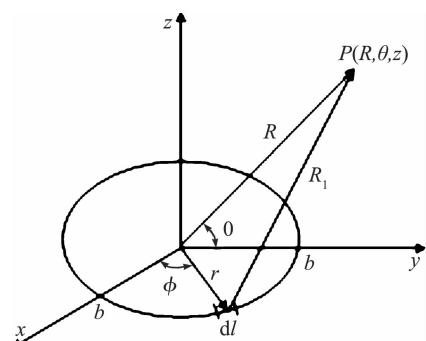


图 2 线圈微元示意图

在  $z$  方向对磁极取微元环,并在圆环上去微元  $d_l$ ,由毕奥-萨伐尔定理有:

$$dA_\varphi = \frac{\mu_0 I(t) b}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\varphi}{\sqrt{b^2 + y^2 + z^2 - 2by\sin\varphi}} d\varphi \quad (7)$$

式中: $\mu_0$ —真空磁导率, $b$ —线圈的半径。

由此可以得到一个微元环对磁矢位微元,对微元在  $z$  方向积分,即得到磁矢位为:

$$A_\varphi = \frac{\mu_0 I(t) b}{4\pi} \cdot$$

$$\int_{-L}^0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\varphi}{\sqrt{b^2 + y^2 + (z - l_g)^2 - 2bysin\varphi}} d\varphi dz \quad (8)$$

同理,利用毕奥-萨伐尔定律求得  $y$  方向的磁感应强度为:

$$B_y = \frac{\mu_0 I(t) b}{4\pi} \int_{-L}^0 (z - z') \int_0^{2\pi} \frac{\sin\varphi}{(b^2 + y^2 + (z - l_g)^2 - 2bysin\varphi)^{\frac{3}{2}}} d\varphi dz' \quad (9)$$

由式(6,8,9)可以得到:

$$F_z = \int_V J \times B dV = \sigma \int_V \left( -\frac{\partial A}{\partial t} + (v \times B) \right) \times B dV \quad (10)$$

$$F_z = 2\pi\sigma\delta \left[ \int_0^{r_c} y \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} B_y d_y - v \int_0^{r_c} y B_y^2 d_y \right] \quad (11)$$

式中: $\delta$ — 驱肤深度。

根据上式可知阻尼效应产生的阻尼力式,右端的第一部分为电生阻尼部分和第二部分为动生阻尼部分。由式(8,9)可见,  $F_z$  分别是电流变化率和速度的函数。进而  $F_z$  可简写为:

$$F_z = C_i(l_g) \frac{dI(t)}{dt} I(t) - C_x(l_g) v I^2(t) \quad (12)$$

式中:  $C_i(l_g), C_x(l_g)$ — 与磁轴承机械结构参数以及气息有关的系数,其中:

$$C_i(l_g) = \sigma\delta \frac{(\mu_0 b)^2}{2\pi} \int_{-L}^0 \frac{\sin\varphi}{\sqrt{b^2 + y^2 + (z - l_g)^2 - 2bysin\varphi}} d\varphi dz \times$$

$$\int_{-L}^0 (z - l_g) \int_0^{2\pi} \frac{\sin\varphi}{(b^2 + y^2 + (z - l_g)^2 - 2bysin\varphi)^2} d\varphi dz \quad (13)$$

$$C_x(l_g) = \left( \frac{\sigma\delta\mu_0 b}{4} \int_{-L}^0 (z - l_g) \times \int_0^{2\pi} \frac{\sin\varphi}{(b^2 + y^2 + (z - l_g)^2 - 2bysin\varphi)^{3/2}} d\varphi dz \right)^2 \quad (14)$$

可见  $C_i(l_g), C_x(l_g)$  都是以非常复杂的积分形式,这明显增加了计算的难度。所以需要对以上的  $C_i(l_g), C_x(l_g)$  进行简化。 $C_i(l_g), C_x(l_g)$  和气隙之间的关系曲线分别如图 3、图 4 所示。

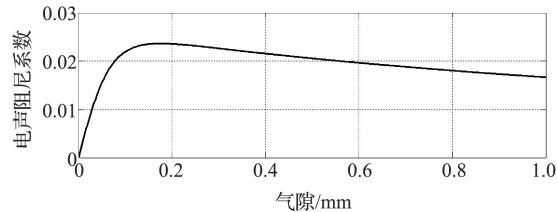


图 3 电生涡流阻尼系数

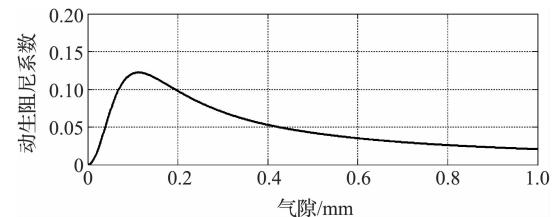


图 4 动生涡流阻尼系数

通过曲线实现了对模型的简化。

## 1.2 PWM 伴随阻尼电磁轴承系统数学模型

PWM 功率放大器下的单自由度磁悬浮轴承系统如图 5 所示。

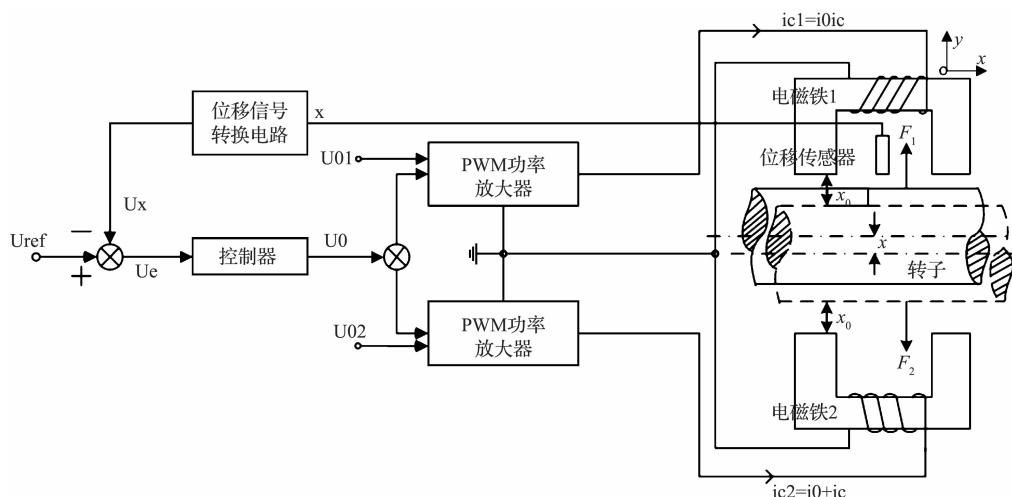


图 5 单自由度磁悬浮轴承系统框图

$y$  方向上的一对电磁铁,当转子处于静态悬浮状态时,转子的气息为  $x_0$ ,控制信号  $u_0$  为 0,有静态偏置

量  $U_{o1}$  和  $U_{o2}$  经过 PWM 功率放大器产生静态悬浮电流  $i_0$ ;当转子出现振动偏离平衡位置  $x$  时,控制器对转子

的位置实现差动控制,大小不同但方向相反的电磁力

$F_1$  和  $F_2$ ,使转子回到平衡位置。

磁悬浮轴承的电磁力线圈电流和气隙的函数,

$$F(i, x) = k \frac{i^2}{x^2} \quad (15)$$

式中: $k$ —磁轴承的结构系数。

可见电磁力是关于气隙和线圈电流的二元函数。

将(15)进行泰勒展开,有:

$$\begin{aligned} F(i, x) &= F(i_0, x_0) + \frac{\partial F(i_0, x_0)}{\partial i}(i - i_0) + \\ &\quad \frac{\partial F(i_0, x_0)}{\partial x}(x - x_0) + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

去除高阶项,可以有:

$$\begin{aligned} F(i, x) &\approx F(i_0, x_0) + \frac{\partial F(i_0, x_0)}{\partial i}(i - i_0) + \\ &\quad \frac{\partial F(i_0, x_0)}{\partial x}(x - x_0) \end{aligned} \quad (17)$$

对式(15)求偏导,有:

$$\frac{\partial F(i, x)}{\partial i} = -2k \frac{i^2}{x^3} \frac{\partial F(i, x)}{\partial x} = 2k \frac{i}{x^2} \quad (18)$$

进而有:

$$\frac{\partial F(i_0, x_0)}{\partial i} = -2k \frac{i_0^2}{x_0^3} = -k_x \frac{\partial F(i_0, x_0)}{\partial x} = 2k \frac{i_0}{x_0^2} = k_i \quad (19)$$

式中: $k_x, k_i$ —位移刚度和电流刚度。

在差动控制下(如图5),由牛顿第二定律有:

$$F_1 - F_2 = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (20)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = k_i I(t) - k_x x \quad (21)$$

在单自由度电磁轴承采用差动控制的线性模型(21)基础上,可得到考虑涡流阻尼的动力学模型:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = k_i I(t) - k_x x + C_i(l_g) \frac{dI(t)}{dt} I(t) - C_x(l_g) v I^2(t) \quad (22)$$

式中: $m$ —转子的质量, $k_i$ —广义的电流刚度, $k_x$ —广义的位移刚度。

## 2 仿真分析

本研究基于 PWM 功放驱动下的单自由度磁轴承进行研究,其中仿真所用的主要参数如表 1 所示。

表 1 主要仿真参数

参数	数值	参数	数值
磁极面积/mm <sup>2</sup>	254	线圈内阻/Ω	0.5
线圈匝数	184	额定电感/mH	3.4
初始气隙/mm	0.5	相对磁率	2 300
转子质量/kg	1	稳态电流/A	1.3

根据以上参数,框架搭建 Simulink 仿真如图 6 所示。

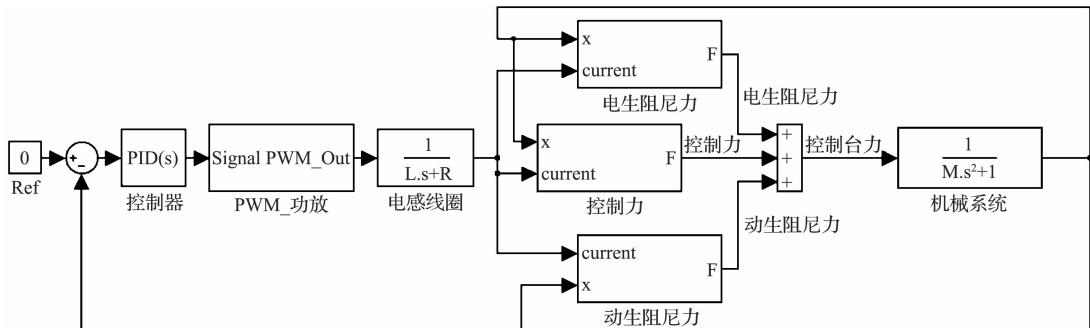


图 6 仿真框图

注:PWM 功放的载频为 5 kHz,功率电源电压为 24 V

接下来进行 PWM 磁轴承自稳特性分析。

磁轴承由于考虑了涡流效应产生的阻尼,使得控制合力的力成分发生了变化,工业磁轴承控制合力及其组成如图 7 所示。

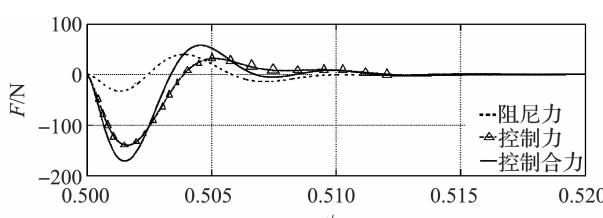


图 7 工业磁轴承控制合力及其组成

在有阻尼情况下控制合力由无阻尼状态下位移刚度和电流刚度产生的控制力和电涡流阻尼力共同产生,其中控制力最大峰值为 -139.99 N,涡流阻尼力则为 -33.24 N,表现出一种阻尼力伴随特性。由于阻尼力的伴随特性,使得控制系统在冲击信号作用之初快速反应,给出峰值大于无阻尼模型下的控制合力如图 8 所示。

阻尼数学模型下,控制合力的最大峰值要比普通数学模型高出 12.23%。

考虑了阻尼的伴随特性,可以有效地抑制转子振动的峰值,位移响应如图 9 所示。

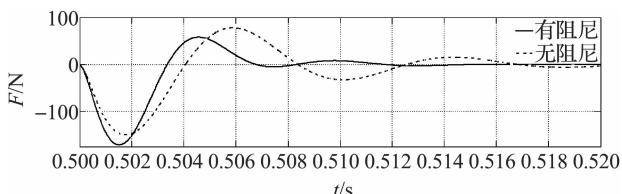


图 8 控制合力

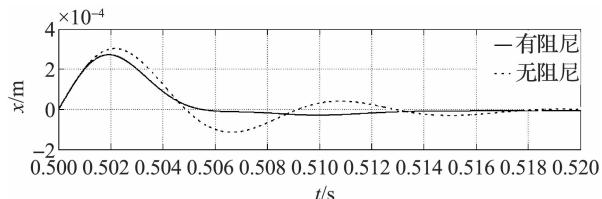


图 9 位移响应

本研究通过无阻尼状态下的峰值进行绝对值归一化,由图可知有阻尼模型情况下,转子的振动位移可以快速的降低到峰值的 1% 以下,从而减少了振荡周期。

考虑了阻尼的伴随特性,使得磁轴承本身存在自稳效应,如图 10 所示。

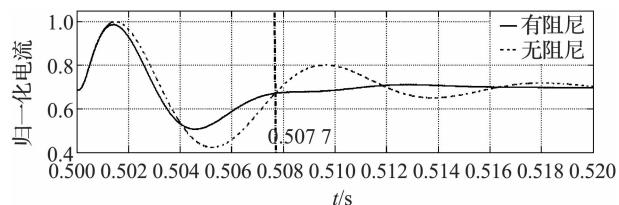


图 10 控制电流归一化

通过无阻尼状态下的峰值电流对控制电流进行归一化,可以看到有阻尼的归一化控制电流的稳态响应明显加快,在 0.51 s 基本结束了震荡,而无阻尼情况下直到 0.52 s 才基本结束震荡。

### 3 结束语

本研究通过冲击响应仿真实验验证涡流阻尼的伴随效应,定量评价抑制振动和工作电流特性。仿真结果表明,PWM 功放驱动下的磁轴承,由于考虑了涡流阻尼的伴随特性,使得转子的振动峰值相对于未考虑阻尼效应的模型降低了 10.23%,在归一化情况下转子的振荡波峰数减半,使得转子的振动位移更快的恢复到平衡位置;与此同时,控制电流的振荡周期减少,快速实现稳态响应,可见涡流阻尼对于磁轴承存在自稳效应。

#### 本文引用格式:

于振杰,胡雄心,郎成业,等.工业磁轴承电涡流阻尼伴随特性研究[J].机电工程,2017,34(7):714-718.

YU Zhen-jie, HU Xiong-xin, LANG Cheng-ye, et al. Damper co-located characteristics of industrial magnetic bearing[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2017,34(7):714-718.

本研究为磁悬浮轴承系统的设计提供了指导意义,另外由于控制电流的振动峰值减小,振荡减少,这一点对于 PWM 功放下的自传感磁轴承,降低了控制电流对纹波电流的影响,同时也为自传感中涡流效应影响的评估提供依据,另外对于涡流作用下电磁铁铁芯的发热情况也有了相应的计算数学基础,可以进一步描述温度对自传感的影响,这也是笔者在未来自传感磁轴承研究中的一个方向。

#### 参考文献 (References) :

- [1] 胡业发,周祖德.磁力轴承的基础理论与应用[M].北京:机械工业出版社,2006.
- [2] SCHWEITZER, GERHARD. Magnetic bearings: theory, design, and application to rotating machinery[M]. Cham: Springer, 2009.
- [3] 徐旸,张剖,赵雷,等译.磁悬浮轴承——理论,设计及旋转机械应用[M].北京:机械工业出版社,2012.
- [4] SODANO H A, BAE J S, INMAN D J, et al. Concept and model of eddy current damper for vibration suppression of a beam[J]. *Journal of Sound and Vibration*. 2005, 288(4-5):1177-1196.
- [5] BAE J S, HWANG J H, ROH J H, et al. Vibration suppression of a cantilever beam using magnetically tuned-mass-damper[J]. *Journal of Sound and Vibration*. 2012, 331(26):5669-5684.
- [6] SODANO H A, BAE J S, INMAN D J, et al. Improved concept and model of eddy current damper[J]. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*. 2005, 288(4-5):1177-1196.
- [7] KIM H, CHAN C I P, SUN H L, et al. Non-contact modal testing by the electromagnetic acoustic principle: applications to bending and torsional vibration of metallic pipes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(4):740-751.
- [8] 唐明,祝长生.基于占空比补偿的电磁轴承无传感器运行[J].浙江大学学报:工学版,2013,47(8):1418-1430.
- [9] 祝长生.径向电涡流阻尼器对柔性转子系统振动的控制[J].机械工程学报,2007,43(12):120-127.
- [10] 祝长生.时变磁场下径向电涡流阻尼器的动力特性[J].机械工程学报,2009,45(8):31-36.
- [11] 占智军,祝长生.E型径向电磁轴承的参数设计及特性分析[J].机电工程,2013,30(3):267-272.
- [12] 谢振宇,李克雷,赵钦泉,等.磁悬浮阻尼器对磁悬浮转子系统动态特性影响[J].航空动力学报,2008,23(6):1087-1092.
- [13] LI L, SHINSHI T, SHIMOKOHBE A. State feed back control for active magnetic bearings based on current change rate alone[J]. *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, 2004, 40(6):351-3517.

[编辑:张豪]