

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2017.02.003

剪叉式升降平台液压缸推力与铰点力的计算^{*}

何雪泓,殷其阵,鲁文佳,胡智勇

(东北大学 机械工程与自动化学院,辽宁 沈阳 110819)

摘要:针对剪叉式升降平台的强度与刚度的校核问题,对升降平台中的剪叉机构进行了受力分析。运用虚位移原理计算液压缸推力,采用先整体后分离的方法计算了铰点力。虚位移原理分为几何法与坐标法两种方法,以五叉两缸式升降平台为例,采用两种方法对液压缸推力进行了推导,得到了两组液压缸推力表达式;运用先整体后分离的方法对剪叉机构进行了受力分析,建立了平衡方程。将某型号升降平台的尺寸参数代入到两组液压缸推力表达式中,用 Matlab 绘出了液压缸推力随升角变化曲线,并将两种方法得到的曲线与实际工程中测得的数据曲线进行了对比;将最大推力值与尺寸参数代入到铰点力计算的平衡方程中可得到铰点力值。研究表明,两种方法计算的结果最大偏差为 2%;理论计算得到的液压缸推力值与实际工况中测得的推力值的误差在 5% 以内,验证了上述方法的准确性。上述方法均可推广到其他结构形式的剪叉式升降平台的液压缸推力与铰点力计算中。

关键词:虚位移;升降平台;升角;推力;铰点力

中图分类号:TH211⁺.6;TH137.51

文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2017)02-0115-05

Calculation on hydraulic cylinder driving force and joint-force for scissors lifting platform

HE Xue-hong, YIN Qi-zhen, LU Wen-jia, HU Zhi-yong

(School of Mechanical Engineering and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: Aiming at the problem that strength and stiffness of scissors lifting platform is checked, the principle of virtual work was used to obtain the driving force, and the whole model and discrete model were build to obtain the joint-force. Two ways based on principle of virtual work could be used for obtaining the driving force, they were called geometry and coordinate. The lifting platform with five scissors and two hydraulic cylinder was taken for example, whose expression of driving force was obtained with the two methods. Equilibrium equation was built to obtain the joint-force. The parameters were evaluated into the formula of driving force, driving force curve along with change of lifting angle was drawn with Matlab, the two curves were compared with the curve obtained by testing in practical engineering; The joint-force could be obtained by evaluating maximum of driving force and parameters into equilibrium equation. The results indicate that the error between of the two results is 2%; the error is within 5% between the theoretical value and the trial value, which verifies the correctness of method. The methods mentioned above can be applied to different scissors shifting platforms to obtain hydraulic cylinder driving and joint-force.

Key words: principle of virtual work; lifting platform; lifting angle; driving force; joint-force

0 引言

剪叉式升降平台是一种升降性能良好、适用范围广泛的起升机械。在工业与生活中,随着对升降平台上升高度与承载重量要求的提高,其安全性能也越来

越受到重视,因此,对升降平台强度和刚度的校核工作十分重要。

剪叉机构是升降平台中是十分重要的部位,其受力特性直接影响着整个升降平台的性能^[1]。因此,可以认为升降平台的受力特性分析主要是对剪叉机构进

收稿日期:2016-05-17

基金项目:国家自然科学基金重点项目(51335003)

作者简介:何雪泓(1965-),女,辽宁沈阳人,博士,副教授,主要从事材料的疲劳和断裂、可靠性理论和应用、现代设计与分析方法等方面的研究。E-mail: xhhe@me.neu.edu.cn

行受力分析。剪叉机构的受力分析主要包括液压缸推力的计算和各个剪叉臂铰点力的计算。对于液压缸推力的计算,考虑到虚位移原理是一种解决机构驱动力与外部载荷关系的有效方法^[2],采用虚位移原理可以得到液压缸推力。虚位移原理的难点是液压缸虚位移的确定。段慧文^[3]在计算铰接式液压缸驱动升降台驱动力时采用几何法将液压缸的长度变化作为虚位移对液压缸推力进行了计算;曾午平等^[4]采用坐标法确定了虚位移,计算出了 3 对剪叉臂的单缸升降平台的驱动力。对于铰点力的计算,目前的大部分研究是先整体后分离的方法,将各个剪叉臂拆分,对单根剪叉臂进行受力分析来计算铰点力。例如赵学龙、赵明君等^[5-6]所进行的研究。

本研究对象为五叉两缸剪叉式升降平台。五叉两缸式升降平台主要由五对剪叉臂、两个液压缸、工作平台和底座组成。本研究将采用两种虚位移原理方法推导出液压缸推力表达式,采用先整体后分离法对各根剪叉臂建立平衡方程,并将上述方法应用到某型号的剪叉式升降平台中,在工程上验证。

1 液压缸推力计算

虚位移原理指的是作用于质点系的所有主动力在任何虚位移中所作虚功的和等于零。用公式表示为^[7]:

$$\sum (X_i \delta x_i + Y_i \delta y_i + Z_i \delta z_i) = 0 \quad (1)$$

式中: X_i, Y_i, Z_i —力在 x, y, z 方向上的分量; $\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i$ —质点系在 x, y, z 方向的虚位移。

对于剪叉机构来说,外载荷 W 作用在工作平台上,设其虚位移为 δW ,将液压缸与剪叉臂的约束解开用力 F 代替,假设液压缸推力的虚位移为 δF ,根据虚位移原理可以得到:

$$W \times \delta_w + F \times \delta_F = 0 \quad (2)$$

其中,外载荷 W 为已知量,只要求出外载荷虚位移 δW 和液压缸推力虚位移 δF ,便可根据公式求出液压缸推力 F 。

对于液压缸推力虚位移 δF 的求解有两种方法,分别是几何法与坐标法。几何法是将液压缸的长度变化量作为虚位移,而坐标法是将液压缸推力作用点坐标的变化量作为虚位移。下面本研究以五叉两缸式升降平台为例,使用这两种方法对液压缸推力进行求解。

本研究首先对五叉两缸式升降平台进行简化,建立数学模型。

升降平台的简化模型如图 1 所示。

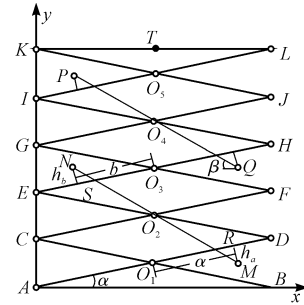


图 1 剪叉式升降平台的简化模型

在图 1 中,以 A, B 连线为 x 轴, A, K 连线为 y 轴建立直角坐标系。 $A \sim L$ 代表两侧铰点。 $O_1 \sim O_5$ 代表中间铰点, KL 代表工作平台,下液压缸为 MN ,上液压缸为 PQ ; MR 与 NS 分别代表液压缸连接的上、下耳环;同理,由 P, Q 两点分别向 IL, HE 做垂线形成液压缸 PQ 连接的上、下耳环。

M, N, P, Q, O_i 以及 T 点的坐标表达式分别如以下各式所示:

$$X_M = (0.5L + a) \cos \alpha + h_a \sin \alpha \quad (3)$$

$$Y_M = (0.5L + a) \sin \alpha - h_a \cos \alpha \quad (4)$$

$$X_N = (0.5L - b) \cos \alpha - h_b \sin \alpha \quad (5)$$

$$Y_N = (2.5L - b) \sin \alpha + h_b \cos \alpha \quad (6)$$

$$X_P = X_Q \quad (7)$$

$$Y_P = Y_N + 2L \sin \alpha \quad (8)$$

$$X_Q = X_M \quad (9)$$

$$Y_Q = Y_M + 2L \sin \alpha \quad (10)$$

$$Y_{O_i} = 0.5 \times (2i - 1) L \sin \alpha \quad (11)$$

$$Y_T = 5L \sin \alpha \quad (12)$$

式(3 ~ 12)中: L —每根剪叉臂杆长; α —剪叉臂轴向与水平面之间的夹角; a —下耳环到剪叉臂中心的距离; b —上耳环到剪叉臂中心的距离; h_a —下耳环的长度; h_b —上耳环的长度。

对 O_i 点与 T 点的坐标表达式求微分来作为外载荷的虚位移:

$$\delta Y_{O_i} = \frac{\partial Y_{O_i}}{\partial \alpha} \delta \alpha = [0.5 \times (2i - 1) L \cos \alpha] \delta \alpha,$$

$$\delta Y_T = \frac{\partial Y_T}{\partial \alpha} \delta \alpha = (5L \cos \alpha) \delta \alpha.$$

本研究分别采用几何法与坐标法对液压缸推力虚位移的求解并进一步求得液压缸推力。

(1) 几何法

首先将液压缸 MN 的长度表示出来。液压缸的长度可表示为:

$$|MN| = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

其中:

$$\Delta X = X_M - X_N = (a + b) \cos \alpha + (L_1 + L_2) \sin \alpha,$$

$$\Delta Y = Y_N - Y_M = (a + b - 2L) \sin \alpha - (L_1 + L_2) \cos \alpha.$$

液压缸的长度变化可以表示为:

$$\delta MN = \frac{d|MN|}{d\alpha}$$

由于两个液压缸的长度相等, $\delta MN = \delta PQ$ 。

根据式(2)对剪叉式升降平台使用虚位移原理得到下式:

$$F \cdot \delta MN + F \cdot \delta PQ - (W_e + W_p) \cdot \delta Y_T - \sum_{i=1}^5 W_i \cdot \delta Y_{O_i} = 0 \quad (13)$$

式中: W_e —额定载荷; W_p —工作平台的重量; W_i —自下而上第 i 层剪叉臂的自重; F —液压缸推力。

则可以得到液压缸推力 F 表达式如下:

$$F = \frac{(W_e + W_p) \cdot \delta Y_T - \sum_{i=1}^5 W_i \cdot \delta Y_{O_i}}{2\delta MN} \quad (14)$$

(2) 坐标法

本研究分别对 M 、 N 、 P 、 Q 四点的坐标表达式求微分来作为推力的虚位移,如下式所示:

$$\begin{cases} \delta X_M = \frac{\partial X_M}{\partial \alpha} \delta \alpha = [-(0.5L + a) \sin \alpha + h_a \cos \alpha] \delta \alpha \\ \delta X_N = \frac{\partial X_N}{\partial \alpha} \delta \alpha = [(b - 0.5L) \sin \alpha - h_b \cos \alpha] \delta \alpha \\ \delta Y_M = \frac{\partial Y_M}{\partial \alpha} \delta \alpha = [(0.5L + a) \cos \alpha + h_a \sin \alpha] \delta \alpha \\ \delta Y_N = \frac{\partial Y_N}{\partial \alpha} \delta \alpha = [(2.5L - b) \cos \alpha - h_b \sin \alpha] \delta \alpha \\ \delta X_P = \delta X_N \\ \delta Y_P = \delta Y_N + 2L \cos \alpha \\ \delta X_Q = \delta X_M \\ \delta Y_Q = \delta Y_M + 2L \cos \alpha \end{cases} \quad (15)$$

根据式(1)对剪叉式升降平台使用虚位移原理得到下式:

$$F \cos \beta (\delta X_M - \delta X_N) - F \sin \beta (\delta Y_M - \delta Y_N) + F \cos \beta (\delta X_Q - \delta X_P) - F \sin \beta (\delta Y_Q - \delta Y_P) - (W_e + W_p) \cdot \delta Y_T - \sum_{i=1}^5 W_i \cdot \delta Y_{O_i} = 0 \quad (16)$$

式中: β —液压缸轴向与水平面之间的夹角;

又因为: $\delta X_M - \delta X_N = \delta X_Q - \delta X_P$, $\delta Y_M - \delta Y_N = \delta Y_Q - \delta Y_P$, 则进一步可以得到液压缸推力 F 的表达式:

$$F = \frac{(W_e + W_p) \cdot \delta Y_T + \sum_{i=1}^5 W_i \cdot \delta Y_{O_i}}{2[\cos(\delta X_M - \delta X_N) - \sin(\delta Y_M - \delta Y_N)]} \quad (17)$$

2 铰点力的计算

对于铰点力的计算,一般采用先整体后分离的方法。首先通过整体法计算最底端铰点受力,然后拆分剪叉臂,对每一根剪叉臂根据力与力矩平衡建方程来计算各铰点受力。下面以五叉两缸式升降平台为例建立铰点力计算的基本方程。

2.1 整体法求 A、B 铰点力

将升降部分看作一个整体,液压缸推力为内力,剪叉机构所受的外力只有额定载荷 W_e ,工作平台重力 W_p ,各剪叉臂的重力和 W_i 以及 A、B 两点所受的支反力 F_{Ax} 、 F_{Bx} 、 F_{Ay} 、 F_{By} 。

在 x 方向上根据受力平衡关系得:

$$F_{Ax} - F_{Bx} = 0$$

由于 B 点为滑动铰支,摩擦力忽略不计^[8-9],即 $F_{Bx} = 0$ 。进而可得到 A 点的 x 方向的分力为 0,即 $F_{Ax} = 0$ 。

在 y 方向上根据受力平衡关系得:

$$F_{Ay} + F_{By} - W_p - W_e - W_i = 0$$

假设剪叉式升降平台没有偏载, F_{Ay} 、 F_{By} 大小相等,则可得到:

$$F_{Ay} = F_{By} = (W_p + W_e + W_i)/2 \quad (18)$$

2.2 拆分法计算剪叉臂的铰点力

本研究自上而下拆分各层剪叉臂,由于升降平台平稳上升,可以假设其加速度为 0,即各个剪叉臂处于平衡状态。对各层剪叉臂进行受力分析,剪叉臂 AD 与 BC 的受力图如图 2、图 3 所示。

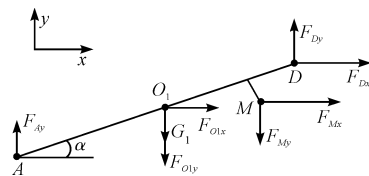


图2 剪叉臂 AD 的受力图

F_{Mx} 、 F_{My} —液压缸推力在 x 、 y 方向的分量; G_1 —剪叉臂 AD 的重力,其大小为 W_1 的一半

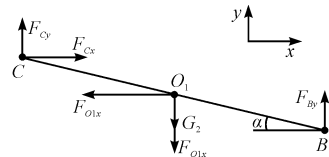


图3 剪叉臂 BC 的受力图

G_2 —剪叉臂 BC 的重力,其大小为 W_1 的一半

根据受力图对 AD、BC 列出力与力矩平衡方程,即

$$\sum X = 0, \sum Y = 0, \sum M_{O_1} = 0.$$

剪叉臂 AD 的力与力矩平衡方程:

$$F_{Dx} + F_{O1x} + F_{Mx} = 0 \quad (19)$$

$$F_{Ay} + F_{Dy} + F_{O_{1y}} - F_{My} - \frac{W_1}{2} = 0 \quad (20)$$

$$- F_{Mx} \cdot (h_a \sin \alpha - a \cos \alpha) + F_{My} \cdot \left[\frac{h_a}{\sin \alpha} - \left(\frac{h_a}{\tan \alpha} - a \right) \cos \alpha \right] + F_{Ay} \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha + F_{Dx} \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha - F_{Dy} \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (21)$$

剪叉臂 BC 的力与力矩平衡方程:

$$F_{Cx} - F_{O_{1x}} = 0 \quad (22)$$

$$F_{Cy} - F_{O_{1y}} + F_{By} - \frac{W_2}{2} = 0 \quad (23)$$

$$F_{Cx} \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha + F_{Cy} \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha - F_{By} \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (24)$$

由于液压缸推力最大时各个剪叉臂的铰点力达到最大^[12], 本研究在液压缸推力最大工况下将升降平台相关的尺寸参数值代入到上述方程, 所得到的铰点力值才能保证进一步强度校核工作相对安全。液压缸推力与 A、B 两点的铰点力均已求出。将相关的尺寸参数与液压缸推力最大时的升角代入到式 (19 ~ 24), 便可得到剪叉臂 AD 与 BC 的铰点力值。同理, 重复以上步骤, 可以计算出第 2 层到第 5 层剪叉臂的铰点力值。

3 应用实例

升降平台的尺寸参数如表 1 所示。

表 1 某型剪叉式升降平台各参数值

结构参数	参数值
W_e/N	2 000
W_p/N	2 400
W_1/N	1 700
W_2/N	2 200
W_3/N	2 000
W_4/N	2 200
W_5/N	1 700
$\alpha/(^\circ)$	5.5
L/mm	1 600
a/mm	100
h_a/mm	40
b/mm	100
h_b/mm	40

本研究将这些参数代入到液压缸推力表达式与剪叉臂平衡方程中进行求解。将参数代入公式 (14) 与式 (17) 中, 可得到两组液压缸推力关于升角的表达式, 利用 Matlab 绘出两条液压缸推力随角度上升的变化曲线并进行比较, 比较结果如图 4 所示。

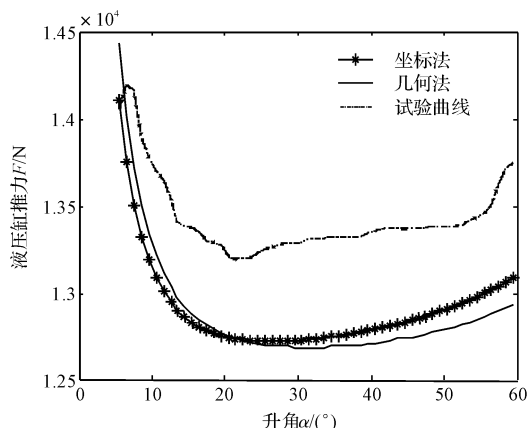


图 4 理论曲线与试验曲线的对比图

从图 4 中可以看出, 两条曲线的变化趋势基本相同, 但是数值上有微小差别, 主要原因是几何法求液压缸推力的虚位移时未考虑角度变化, 但由于几何法计算简便, 发生的误差又不大, 所以几何法也能在工程中广泛应用。几何法与坐标法得到的最大推力值分别为 14 430 N 和 14 110 N。

从图 4 的实测结果数据来看, 液压缸推力的理论值与试验值相差不大, 在 5% 以内, 且理论曲线与试验曲线变化趋势一致, 因此验证了计算方法的准确性。

本研究将各个参数值与坐标法得到的最大液压缸推力代入平衡方程式 (19 ~ 24) 中, 得到第一层剪叉臂的铰点力值如下:

$$\begin{cases} F_{Cx} = 38\,960\text{ N} \\ F_{Cy} = 556.4\text{ N} \\ F_{Dx} = 51\,160\text{ N} \\ F_{Dy} = 223.2\text{ N} \\ F_{O_{1x}} = 49\,030\text{ N} \\ F_{O_{1y}} = 3\,000\text{ N} \end{cases} \quad (25)$$

(下转第 135 页)

本文引用格式:

何雪浓, 殷其阵, 鲁文佳, 等. 剪叉式升降平台液压缸推力与铰点力的计算[J]. 机电工程, 2017, 34(2): 115-118, 135.

HE Xue-hong, YIN Qi-zhen, LU Wen-jia, et al. Calculation on hydraulic cylinder driving force and joint-force for scissors lifting platform[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2017, 34(2): 115-118, 135.

《机电工程》杂志; <http://www.meem.com.cn>