

DOI:10.3969/j.issn.1001-4551.2015.02.010

一种新型二自由度并联机构的运动学及静力学分析*

吴伟峰¹, 张伟中^{1,2*}, 钱 荣³

(1. 浙江理工大学 机械与自动控制学院, 浙江 杭州 310000;

2. 浙江机电职业技术学院 电气电子工程学院, 浙江 杭州 310000;

3. 杭州保迪自动化设备有限公司, 浙江 杭州 310000)

摘要: 针对物料搬运机构需要较大横向位移的特点,对一种新型平面二自由度并联机构的位置正反解、奇异性、速度雅可比矩阵、工作空间、滑块驱动力等方面进行了研究,提出了该种机构的运动学及静力学分析方法。首先通过所建立的运动学模型,推导了该机构的位置正反解和雅可比矩阵,得到了在符合实际约束条件下的工作空间。然后利用虚功原理建立静力学模型,获得了具体的静力学模型表达式。最后通过SolidWorks及Matlab仿真得到了机构在一定负载下运动时的各驱动力变化图谱。研究表明,该二自由度并联机构确实具有大横向位移的特点,且机构末端越接近驱动滑块,在相同输入步长下机构末端沿横向移动距离越大,驱动滑块所需的最大驱动力也越大。

关键词: 并联机构;运动学分析;虚功原理;仿真

中图分类号: TH112 文献标志码: A

文章编号:1001-4551(2015)02-206-05

Kinematic and static analysis of a novel parallel mechanism with 2-DOF

WU Wei-feng¹, ZHANG Wei-zhong^{1,2}, QIAN Rong³

(1. School of Mechanical Engineering and Automatic, Zhejiang Sci-tech University, Hangzhou 310000, China;

2. Department of Electrical Engineering, ZheJiang Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Hangzhou 310000, China;

3. Hangzhou BaoDi Automation Equipment Co., Ltd., Hangzhou 310000, China)

Abstract: Aiming at the characteristics of material handing mechanism have large horizontal displacement, the forward and inverse kinematics, singularity, velocity jacobian matrix, workspace and driving force of sliders of a new type of 2-DOF parallel mechanism were studied. The methods of kinematic and static analysis were also proposed. Firstly, the forward and inverse kinematics and the Jacobian matrix were derived by setting up kinematic model of this mechanism, and the workspace which conforms to the actual constraint conditions was obtained. Then, the static model was established by using the method of virtual work principle, and the specific statics model expression was deduced. Finally, the atlases of actuated forces under certain loads which act on the manipulator were obtained by using SolidWorks and Matlab. The results show that the mechanism possesses large horizontal displacement. Because, under the same quantity of input, both the horizontal displacement and the driving sliders force become larger with closer distance between the end effector and driving sliders.

Key words: parallel mechanism; kinematic analysis; virtual work principle; simulation

收稿日期: 2014-10-27

基金项目: 浙江省新苗人才计划资助项目(2014R406070);浙江省滑动轴承工程技术研究中心资助项目(2012E10028)

作者简介: 吴伟峰(1989-),男,浙江湖州人,主要从事并联机器人机构学、并联机床方面的研究. E-mail: honwwf@163.com

通信联系人: 张伟中,男,副教授. E-mail: zwz_ly@163.com

0 引言

二自由度并联机构作为少自由度并联机构的重要分支,除具有并联机构负载能力强、刚度大、无累积误差等^[1-3]优点外,还具有结构简单、易于控制等特点,故众多国内外学者对其进行了深入的研究并取得了大量的成果。如J. P. Karidis等^[4]提出的以二自由度五杆并联机构为基础的芯片电焊机,具有结构紧凑、高速、高精度等优势;黄田等^[5]通过对一种二自由度并联机构运动学、动力学以及控制系统进行的研究,设计建造了一种Diamond机械手;Ouerfelli M等^[6]研究了一种球面五杆二自由度并联机构的运动学及动力学模型,并对其进行了参数优化;刘辛军等^[7]以一种二自由度并联机构为研究对象,通过逆动力学方程分析其动力学性能,并优化了所研究机构的尺寸参数。李秦川等^[8]通过对运动链的模块化,提出了一类可重组的少自由度并联机构。周玉林等^[9]提出了一种球面二自由度并联机构,并利用变形协调方程分析了该机构的静力学。

二自由度并联机构具有极其广泛的应用范围,特别是物料搬运领域。而大多搬运任务均需要较大的横向位移距离,这使得工作空间较小的一般并联机构均无法使用,故设计制造成本低廉且满足企业要求的物料搬运机器人具有非常广阔的市场前景,非常符合现今中小企业的要求:既能解放物料搬运这类重复劳动的人力又可以提高整体工作环境的安全性。

本研究提出一种新型二自由度移动并联机构,该机构具有较大的横向位移。笔者通过对其进行位置正反解分析、速度分析、工作空间分析得到该机构的运动学^[10-11]特性,通过基于虚功原理^[12]的静力学分析获得该机构驱动力的变化图谱,为后期电机选型提供理论参考。

1 机构简介

具有大横向位移的新型平面二自由度并联机构三维模型如图1所示。其主动副为滑块A、滑块B所在的移动副,并通过电机带动同步带进行平移运动,其中滑块A通过一个转动副与连杆2,3一端相连,滑块B通过两个平行转动副分别与连杆1,4的一端连接,其中连杆1中点处存在一转动副使其与连杆2的另一端相连;连杆3另一端通过转动副与连杆5一端连接,而连杆5中点处也存在一个转动副使其与连杆1另一端及连杆7一端连接,而连杆7另一端则通过转

动副与连杆4,6一端连接;最终,作为末端执行器的连杆8一端通过转动副与连杆5一端连接,另一端通过转动副与连杆6一端连接。值得注意的是,所有转动副均平行,连杆2,3,6等长,连杆1,4,5等长且长度为连杆2,3,6的两倍,连杆7,8等长,故连杆围成了3个平行四边形。如改变滑块A、滑块B的移动量,作为末端执行器的连杆8将在与转动副垂直平面内做二自由度运动。

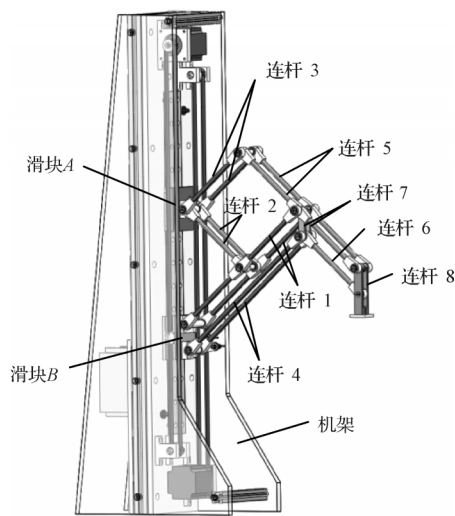


图1 二自由度并联机构三维模型

2 运动学分析

并联机构运动学分析涵盖诸多领域,如位置正反解、奇异性分析、工作空间分析等,其是研究并联机构的基础,也是研究更为复杂的动力学等方面的前提。

2.1 位置正解分析

具有大横向位移的新型平面二自由度并联机构简图如图2所示。笔者建立定坐标系 $o-xy$,其原点 o 固结于机架底部,且 y 轴方向与A,B滑块所在移动副方向共线;建立动坐标系 $e-uw$,其原点 e 固结于末端执行器(连杆8)的一个转动副上,且 u 轴方向与定坐

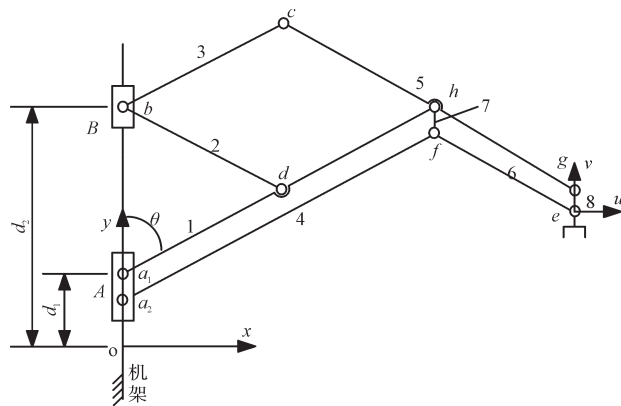


图2 二自由度并联机构简图

标系 x 轴方向相同, v 轴方向与定坐标系 y 轴方向相同。令连杆长度 $bd=bc=ef=l$, $a_1h=a_2f=cg=2l$, $hf=eg=n$, 且滑块 A 上两转动副之间的距离 $a_1a_2=n$; 再令滑块 A 上转动副 a_1 与定坐标系原点 o 的距离为 d_1 , 滑块 B 转动副 b 与定坐标系原点 o 的距离为 d_2 。那么该并联机构位置正解即为已知两滑块的位移量 d_1, d_2 求解末端执行器上动坐标系原点 e 在定坐标系下的坐标位置。

根据以上参数可得在定坐标系 $o-xy$ 下 A, B 滑块坐标为 $A(0, d_1)$, $B(0, d_2)$, 由于 $bd=a_1d=l$, 有:

$$\theta = \arccos\left(\frac{d_2 - d_1}{2l}\right) \quad (1)$$

其中: $d_2 > d_1$ 。

故 e 点在 x 轴上的坐标距离为:

$$e_x = 3l \cdot \sin \theta \quad (2)$$

而 e 点在 y 轴上的坐标距离为:

$$e_y = \frac{d_2 - d_1}{2} + d_1 - n = \frac{d_2 + d_1}{2} - n \quad (3)$$

联立式(2,3)便可得到该二自由度并联机构的位置正解方程组为:

$$\begin{cases} e_x = 3l \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{d_2 - d_1}{2l}\right)^2} \\ e_y = \frac{d_2 + d_1}{2} - n \end{cases} \quad (4)$$

2.2 位置反解分析

该并联机构位置反解即为已知末端执行器上动坐标系原点 e 的坐标位置求解两滑块的位移量 d_1, d_2 。

令动坐标系原点 e 在定坐标系下的坐标为 $e(e_x, e_y)$, 则根据位置正解方程组(4)反求得位置反解方程为:

$$\begin{cases} d_1 = -\frac{\sqrt{9l^2 - e_x^2}}{3} + e_y + n \\ d_2 = \frac{\sqrt{9l^2 - e_x^2}}{3} + e_y + n \end{cases} \quad (5)$$

2.3 速度分析

雅可比矩阵是多元形式的导数, 它可以将并联机构的关节速度和末端执行器的速度联系起来, 所以并联机构的速度分析可以通过建立雅可比矩阵来实现。将位置正解的方程组(4)两边求全微分^[13], 得:

$$A \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \end{bmatrix} - B \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_{11} & \\ & B_{22} \end{bmatrix}。$$

故该二自由度并联机构的速度雅可比矩阵可表达为:

$$J = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -\frac{3(d_1 - d_2)}{4l \sqrt{1 - \left(\frac{d_2 - d_1}{2l}\right)^2}} & \frac{3(d_1 - d_2)}{4l \sqrt{1 - \left(\frac{d_2 - d_1}{2l}\right)^2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

因此, 根据以上分析, 本研究建立机构的速度方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

2.4 工作空间分析

并联机构的工作空间即为末端执行器的可达工作空间, 在实际运动中, 并联机构的工作空间往往受到杆长、运动副、奇异位形等的影响, 故笔者在对其进行工作空间研究时, 需充分考虑这些干涉条件。对于本研究中二自由度并联机构, 由于机构模型较为简单, 通过对其进行一些条件限制便可达到各杆件及两滑块不产生干涉的要求, 具体条件限制如下:

$$\begin{cases} l = 150 \text{ mm} \\ n = 45 \text{ mm} \\ 60 \text{ mm} \leq d_1 \leq 610 \text{ mm} \\ 100 \text{ mm} \leq d_2 \leq 650 \text{ mm} \\ 40 \text{ mm} \leq d_2 - d_1 \leq 290 \text{ mm} \end{cases} \quad (9)$$

根据以上条件, 本研究以 d_1, d_2 的最小值为初始变量, 给定步长后判断 d_1, d_2 是否满足约束条件, 若满足则代入正解方程组(4)得到相应的末端点坐标; 若不满足, 则增加 d_1, d_2 的步长继续循环直到 d_1, d_2 达到最大值。其具体求解流程如图3所示。

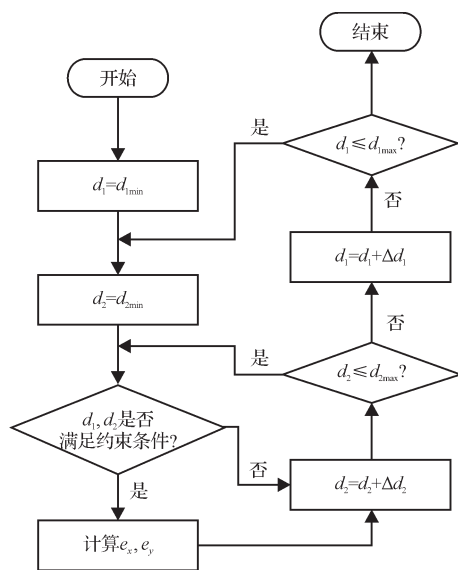


图3 末端工作空间求解流程图

利用 Matlab 软件求得的工作空间平面图如图4所示, 其中虚线所围成的区域即为该机构的实际工作空

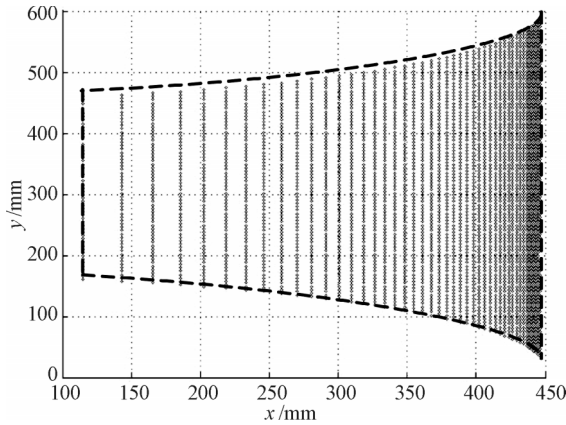


图4 二自由度并联机构工作空间

间,由图4可得,该机构在 x 轴方向的变化范围为(115.2 mm~445.9 mm),即具有极大的横向位移量;且从图4中纵向条纹的疏密可以得到:越接近 $x=0$,在相同输入步长下机构末端沿 x 方向移动距离越大。

3 静力学分析

并联机构静力学分析主要是对机构各关节受力情况的研究,通过采用虚功原理可以求得机构各驱动力与外部负载之间的关系,从而为机构驱动电机的选择提供理论依据。

机构静力学模型如图5所示。本研究构建机构的静力学模型,令两滑块的上驱动力均沿 y 轴正方向,并在末端执行器 e 点添加负载 P_x, P_y (P_x 沿 x 轴方向, P_y 沿 y 轴方向)。

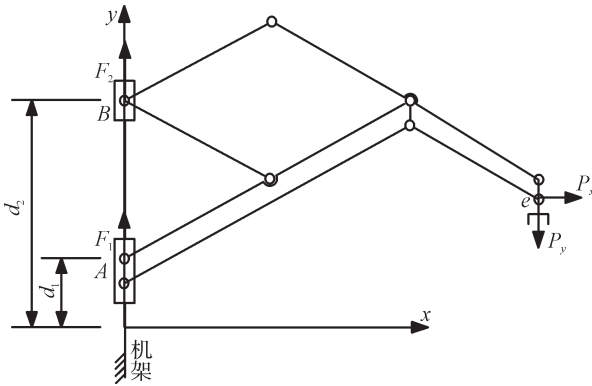


图5 机构静力学模型

由此,根据虚功原理可得:

$$F_1 \delta d_1 + F_2 \delta d_2 + P_x \delta e_x - P_y \delta e_y = 0 \quad (10)$$

由位置反解方程式(5)可得:

$$\begin{cases} \delta d_1 = \frac{2e_x \delta e_x}{3\sqrt{9l^2 - e_x^2}} + \delta e_y \\ \delta d_2 = -\frac{2e_x \delta e_x}{3\sqrt{9l^2 - e_x^2}} + \delta e_y \end{cases} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)并化简得:

$$(K(F_1 - F_2) + P_x) \delta e_x + (F_1 + F_2 - P_y) \delta e_y = 0 \quad (12)$$

其中: $K = 2e_x / 3\sqrt{9l^2 - e_x^2}$ 。

根据 $\delta e_x, \delta e_y$ 的任意性,可得:

$$\begin{cases} \frac{2e_x}{3\sqrt{9l^2 - e_x^2}}(F_1 - F_2) + P_x = 0 \\ F_1 + F_2 - P_y = 0 \end{cases} \quad (13)$$

故对式(13)求解得到两滑块上的驱动力为:

$$\begin{cases} F_1 = \frac{2P_y e_x - 3P_x \sqrt{9l^2 - e_x^2}}{4e_x} \\ F_2 = \frac{2P_y e_x + 3P_x \sqrt{9l^2 - e_x^2}}{4e_x} \end{cases} \quad (14)$$

4 数值算例

为得到机构驱动力的具体变化趋势,本研究令机构参数满足式(9)中的约束条件,且给予外部载荷如下:

$$\begin{cases} P_x = 10 \text{ N} \\ P_y = 20 \text{ N} \end{cases} \quad (15)$$

同时规定机构末端执行器 e 点绕 o' (300 mm, 300 mm)顺时针作半径 $r = 100$ mm的轨迹圆,用时10 s。机构末端轨迹圆如图6所示。

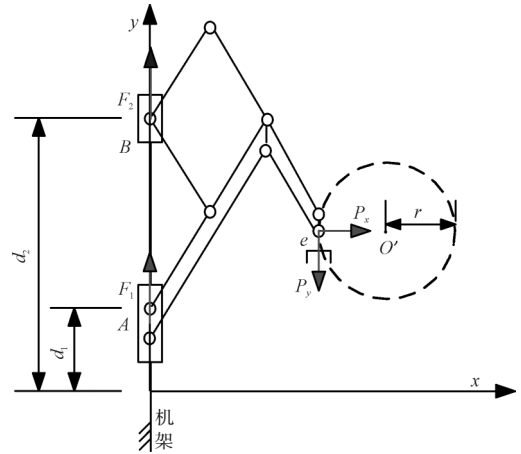


图6 机构末端轨迹圆

则轨迹圆关于时间 t 的方程为:

$$\begin{cases} e_x' = r \cos(\frac{\pi t}{5} - \pi) + 300 \\ e_y' = r \sin(\frac{\pi t}{5} - \pi) + 300 \end{cases} \quad (16)$$

本研究利用SolidWorks中的Motion插件对该机构进行运动学仿真,得到的轨迹圆仿真图如图7所示。此时驱动力变化如图8所示。两驱动力 F_1, F_2 成对称布置。由于分析所得为静力,根据力平衡方程 $F_1 + F_2 = 20 \text{ N}$,可以验证所得驱动力变化图的正确

性。同时由图8可知,当 $t=5\text{ s}$,即末端执行器 e 点离 y 轴最远时,所需的驱动力的绝对值和最小(末端执行器 e 点离 y 轴越远,所需的最大驱动力越小)。

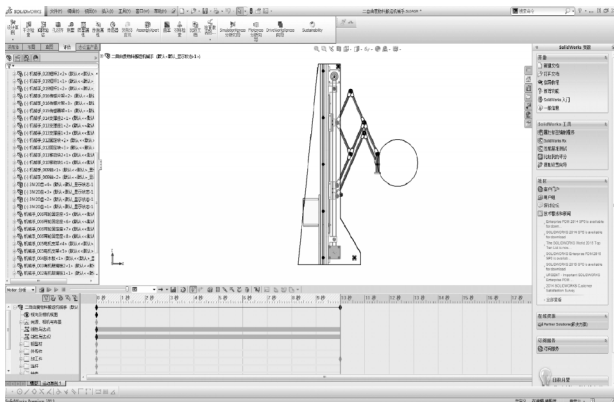


图7 运动仿真图

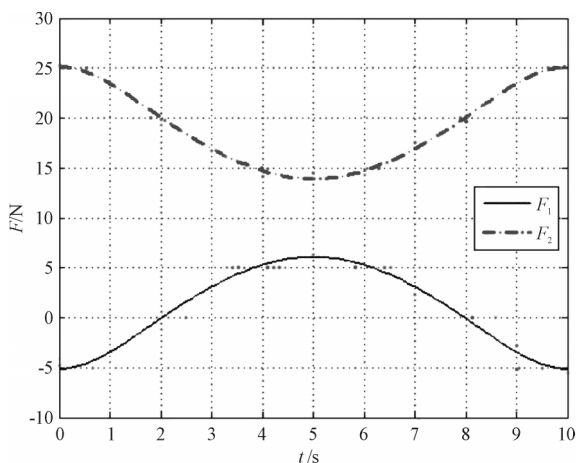


图8 滑块驱动力变化图

5 结束语

本研究提出了一种可用于物料搬运的二自由度并联机构,与传统并联机构相比具有更大的横向位移。由分析可知该机构的位置正反解极为简洁,易于求解。在此基础上,本研究通过雅可比矩阵获得了该机构的速度方程以及在参考尺寸下的工作空间。最后计算了机构滑块的驱动力,为以后进一步的研究及样机设计提供了重要的参考依据。

在下一阶段,笔者将进行动力学方面的研究以及包括控制系统研究在内的真实样机建造。

参考文献(References):

- [1] ZHANG D. Parallel robotic machine tools [M]. Oshawa: Springer, 2010.
- [2] CALLEGARI M, TARANTINI M. Kinematic analysis of a novel translational platform [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2003, 125(2): 308-315.
- [3] 陈文家,王洪光. 并联机床的发展现状与展望[J]. *机电工程*, 2001, 18(4): 5-9.
- [4] KARIDIS J P, MCVICKER G, PAWLETKO J P, et al. The Hummingbird Minipositioner—providing Three-axis Motion at 50 g's with Low Reactions[C]//1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Atlanta: [s.n.], 1992: 685-692.
- [5] 李占贤. 高速轻型并联机械手关键技术及样机建造[D]. 天津: 天津大学机械工程学院, 2004.
- [6] OUFELLI M, KUMAR V. Optimization of a spherical five-bar parallel drive linkage[J]. *Journal of mechanical design*, 1994, 116(1): 166-173.
- [7] LIU X J, WANG Q M, WANG J. Kinematics, dynamics and dimensional synthesis of a novel 2-DoF translational manipulator [J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2005, 41(4): 205-224.
- [8] 李秦川,黄真. 一类可重组模块化少自由度并联机器人[J]. *机电工程*, 2003, 20(5): 165-167.
- [9] 周玉林,李波,杨龙,等. 二自由度球面并联机构 UP+R 静力学分析[J]. *中国机械工程*, 2013, 24(15): 2081-2087.
- [10] CRAIG J J. Introduction to robotics: mechanics and control [M]. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson/Prentice Hall, 2005.
- [11] 韩阳,胡挺,鲁宁,等. 交叉型平面二自由度移动并联机构运动学性能分析[J]. *浙江理工大学学报*, 2012, 29(3): 383-389.
- [12] 梅凤翔,刘林桂. 分析力学基础[M]. 3版. 西安: 西安交通大学出版社, 1987.
- [13] GOSSELIN C, ANGELES J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains [J]. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 1990, 6(3): 281-290.

[编辑:李辉]

本文引用格式:

吴伟峰,张伟中,钱荣. 一种新型二自由度并联机构的运动学及静力学分析[J]. *机电工程*, 2015, 32(2): 206-210.

WU Wei-feng, ZHANG Wei-zhong, QIAN Rong. Kinematic and static analysis of a novel parallel mechanism with 2-DOF[J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2015, 32(2): 206-210.

《机电工程》杂志: <http://www.meem.com.cn>