同轴等离子体发生器电弧运动 轨迹数值分析与计算

刘小伟,张伯尧,杨仕友* (浙江大学电气工程学院,浙江杭州 310027)

摘要:为了计算针对外加轴向磁场的同轴等离子体发生器内等离子电弧的运行轨迹和旋转速度,采用了数值分析方法。首先采用 通道模型计算了电弧半径;将电弧等效为刚体,根据电弧稳态旋转阻力力矩与电磁力矩平衡原理建立了其稳态运行的数学模型,然 后通过采用禁忌搜索算法计算了其转速。研究结果表明:粒子的空间运行轨迹为近似平面抛物线以阴极为对称轴旋转形成的空间 迹线。此外,实验结果证明了理论工作的有效性和正确性。

关键词:旋转速度;平面轨迹;刚体;电弧半径;禁忌算法中图分类号:O539;TM89 文献标志码:A

文章编号:1001-4551(2012)06-0700-05

Numerical analysis and calculation of 2–D locus of plasma arcs inside a coaxial plasma generator

LIU Xiao-wei, ZHANG Bo-yao, YANG Shi-you

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: In order to calculate the revolution locus and speed of arcs inside a coaxial plasma generator, a numerical model and method was proposed. The channel model was used to decide the radius of the arc, while the revolution speed of the arc was determined form the mathematical model based on the balance of damping and driving electromagnetic torques of a rigid body using a tabu search algorithm. Numerical results indicate that the trajectory of the plasma arcs in 3D is formed by the rotation of a 2–D parabola locus. Also, the proposed work is validated by the primary tested results.

Key words: revolution speed;2-D locus; rigid body; arc radius; tabu search method

0 引 言

近年来,外加轴向磁场控制等离子电弧旋转运动 技术在电弧加热、化工生产、金属焊接和电弧旋转开 关等方面获得了日益广泛的应用。同轴等离子体发 生器电弧在外加轴向磁场驱动下高速旋转产生的大 面积热等离子体可用于煤粉转化裂解等化工过程。 在此过程中,电弧旋转速度关系到化工产品的质量以 及电极寿命。作为影响电极传热、电弧形态变化的关 键因素之一,磁旋转电弧发生器中的电弧旋转速度是 该类技术或产品的重要表征参数^[1]。著名学者 M.Φ. 茹科夫^[2]等通过对实验数据的拟合,得出大气压下,电 弧旋转速度与电弧电流、外磁场强度等参数的函数关 系。基于实验数据,L.I.Sharakhovsky^[3]与J.Lawton^[4]等 提出了电弧旋转速度的经验公式。由于实验数据的 统计性,这些经验公式具有一定的局限性;文献[5]提 出了链式模型模拟电弧并计算电弧的旋转速度,但在 计算过程中忽视了电弧运动的整体作用;文献[6]利 用高速摄像机记录阳极弧根附着点,通过统计计算旋 转速度,缺乏必要的理论支持。

本研究采用电弧通道模型确定一定电流条件下 的电弧半径,借助于同轴等离子体发生器内电场的数

收稿日期:2012-01-10

作者简介:刘小伟(1984-),男,河南周口人,主要从事电磁场数值计算方面的研究. E-mail:liu.xiaowei1@163.com 通信联系人:杨仕友,男,教授,博士生导师. E-mail:shiyouyang@yahoo.com

值分析结果,利用单粒子轨道理论计算电弧的轨迹, 并将电弧等效成轴对称的圆柱刚体,根据电弧稳态运 行时阻力力矩与电磁力矩平衡原理建立其数学模型, 提出基于禁忌搜索算法的电弧转速计算方法。

1 等离子炬电弧半径

基于若干假定条件, Elenbaas 与 Heller 建立了 Elenbaas-Heller能量平衡方程^[7]:

$$\sigma E^{2} + \frac{1}{r} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r \lambda \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} \right) = 0 \tag{1}$$

式中: σ 一电弧等离子体电导率,E一电弧电场强度, r一弧柱径向坐标, λ 一导热系数,T一温度。

本研究基于Steenbeck弧压最小值原理和电弧通 道模型近似求解上述能量平衡方程。根据弧压最小 值原理:

$$\ln\left(\frac{r_*}{R}\right) = -\frac{1}{2} \frac{\mathrm{d} \ln \sigma_*}{\mathrm{d} \ln(S_* - S_R)} \tag{2}$$

式中: r_* —弧柱半径,R—冷壁通道半径, σ_* —导电区 电导率, S_* —导电区热势, S_R —导电区与非导电区临 界热势。

曲线 $\sigma_*(S_*)$ 可由关系曲线 $\sigma(T)$ 和 $\lambda(T)$ 得出^[8]。 本研究以 S 为变量,将曲线 $\sigma_*(S_*)$ 在 0~40 kW/m 范围 内分段拟合。具体的分段拟合公式为:

$$\sigma_*(S_*) = CS^m_* \tag{3}$$

式中:C、m一拟合常数。

由文献[7],可分别得到弧柱半径与电弧电流为:

$$r_* = R \cdot e^{-\frac{m}{2}} \tag{4}$$

$$I = \frac{2\pi r_*}{\sqrt{m}} \sqrt{CS_*^{m+1}} \tag{5}$$

式中:I一电弧电流。

在 P=1 atm、R=0.01 m条件下,由式(4,5)得到的 氮气等离子体电弧电流 I 与其对应的弧柱半径 r_* 和弧 柱温度 T_* (由 S_* 得到)如表 1 所示。

表1 不同电弧电流、弧柱半径、弧柱温度关系

| Ι | 27 | 50 | 70 | 200 | 590 |
|------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| <i>r</i> . | 2.51 | 2.83 | 3.11 | 4.87 | 5.66 |
| T_* | 8 919 | 10 003 | 10 749 | 12 721 | 16 964 |

2 等离子体平面运动轨迹

同轴等离子炬发生器内部结构示意图如图1所 示。显然,带电粒子在极间电场作用下从阴极运动到 阳极,形成电弧。电弧在外加励磁线圈产生的轴向磁 场作用下,以阴极为轴高速旋转。

当等离子体处于极间电场时,考虑到离子运动很



慢,等离子体中自由电子的运动速度远大于离子速度,可以把离子看成是不动的背景粒子^[9]。因此可认为电弧电流主要是电子定向运动的结果^[10]。本研究采用单粒子轨道理论进行分析^[11],并假定:

(1) 忽略粒子所受重力的影响;

- (2) 忽略粒子之间的碰撞作用;
- (3) 忽略粒子产生的电(磁)场;
- (4) 由于电场的垂直分量比较小,忽略其影响;
- (5)忽略轴向气流的作用。

为计算工质气体 N_2 电子运动轨迹,本研究在图1 中取电弧微小体积 Δv 内的粒子为研究对象。 Δv 内部 带电粒子一方面沿垂直向下方向以初始速度作匀速直 线运动,另一方面在水平电场 E_x 的作用下沿水平方向 做变加速直线运动。由于电场的不均匀性,本研究采 用数值方法计算。为计算等离子电弧的平面运动轨 迹,本研究将阴阳极间的直线距离 L(阴极中心轴线与阳极壁之间的垂直距离)沿水平方向分成 <math>n 段。计算 时,本研究由第1点处的 E_{x1} 计算第1段水平位移 l=L/n所用时间 t_1 ,由 t_1 计算这段时间的垂直位移,进 而得到小体积弧第2个位置处的坐标,然后依次计算, 可得电弧在每个分段的具体坐标(共(n+1)个坐标 点)。计算流程图如图2所示。

3 等离子体电弧旋转运动模型

3.1 数学模型

本研究采用电弧的刚体模型分析。分析时假设 气流仅绕过弧柱表面而不穿过,认为电弧是刚体的轴 对称圆柱。电弧旋转运动坐标示意图如图3所示。

本研究将电弧的轨迹划分为 n 段折线段,以第 i 段($x(i) \le x \le x(i+1), 1 \le i \le n, i \in N$)折线段 dl 为研究对象。在旋转过程中,弧微元 dl 所受阻力为:



I—电弧电流;B—外加磁感应强度垂直分量; ω —电弧转速; $B_{\perp 0}$ —第i段电弧折线段中点处磁感应强度沿折线段垂直方向的分量;x(i),x(i+1)—第i段电弧折线段对应的径向左右端点坐标;dI—弧微元长度。

$$\mathrm{d}f = \frac{1}{2}C_d \rho v^2 \mathrm{d}S \tag{6}$$

式中: C_d 一阻力系数, ρ 一气体密度, v 一弧微元的线 速度, dS 一弧微元有效迎风面积。

根据流体力学, 雷诺系数 Re 满足:

$$Re = \frac{2r_* \cdot \omega \cdot (-x)}{v} \tag{7}$$

式中:r-电弧的半径, v-气体的运动粘度。

根据 C_d 与Re的曲线关系进行拟合,有:

$$C_d = 273.06 - 271.52 \times e^{(-0.03) \times (Re)^{-0.05}}$$
(8)

因此, 弧微元受到的阻力力矩为:
$$dM_i = (-x) \cdot df$$
 (9)

其中:

$$v = \boldsymbol{\omega} \cdot (-x), \quad \mathrm{d}S = 2r_* \sqrt{1 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2} \,\mathrm{d}x \ , \ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = k(i) \,\mathrm{d}x$$

由此得第*i*段电弧折线段的阻力力矩为:

$$M_{i} = \int_{x(i)}^{x(i+1)} C_{d} \cdot \rho \cdot \omega^{2} \cdot (-x)^{3} \cdot r_{*} \sqrt{1 + k(i)^{2}} \, \mathrm{d}x \qquad (10)$$

式中: k(i) 一第 i 段电弧折线段的斜率。 则电弧受到的总阻力力矩为:

$$M = r_* \cdot \rho \sum_{i=1}^{i=n} \int_{x(i)}^{x(i+1)} \cdot C_d \cdot (-x)^3 \cdot \omega^2 \cdot \sqrt{1 + k(i)^2} \, \mathrm{d}x \qquad (11)$$

根据电磁场理论,第*i*段电弧微元所受安培作用 力为:

$$\mathrm{d}F_i = B_{\perp(i)} \cdot I \cdot \mathrm{d}l \tag{12}$$

该微元所受的电磁力矩为:

$$\mathrm{d}M_i = (-x) \cdot \mathrm{d}F_i \tag{13}$$

由此得第*i*段电弧折线段所受电磁力矩为:

$$M_{i} = I \int_{x(i)}^{x(i+1)} (-x) \cdot B_{\perp(i)} \cdot \sqrt{1 + k(i)^{2}} \, \mathrm{d}x \qquad (14)$$

则电弧受到的总电磁力矩为:

$$M = I \sum_{i=1}^{i=n} \int_{x(i)}^{x(i+1)} (-x) \cdot B_{\perp(i)} \cdot \sqrt{1 + k(i)^2} \, \mathrm{d}x$$
(15)

电弧稳态转动时,根据刚体定轴转动定律:

$$M - M = 0 \tag{16}$$

将式(7,11,15)代入式(16),可得:

$$r_{*} \cdot \rho \sum_{i=1}^{i=n} \int_{x(i)}^{x(i+1)} \cdot f\left[\frac{2r_{*}\omega \cdot (-x)}{\upsilon}\right] \cdot (-x)^{3} \cdot \omega^{2} \cdot \sqrt{1+k(i)^{2}} \, \mathrm{d}x - I\sum_{i=1}^{i=n} \int_{x(i)}^{x(i+1)} (-x) \cdot B_{\perp(i)} \cdot \sqrt{1+k(i)^{2}} \, \mathrm{d}x = 0$$
(17)

式(17)即为等离子体电弧稳态旋转速度满足的 数学关系式。

3.2 稳态转速的计算

式(17)为变量 ω 的非线性方程。为求解该方程, 本研究提出将其转化为全局优化问题。为此令:

$$g(\boldsymbol{\omega}) = \left| \boldsymbol{M} - \boldsymbol{M} \right| \tag{18}$$

因此,原问题的解可转化搜索可行范围内 g(ω)_{min} 对应的 ω₀,即转化为全局最小化问题。本研究采用 一种全局优化算法一改进的禁忌搜索算法^[12]求解式 (18)的最小化问题。需要说明的是,禁忌搜索算法 是一种随机的全局搜索算法,正是在搜索过程中参数"随机"而有规则的变化才保证了算法能够搜索到 全局最优解。

4 计算实例

为验证研究的理论成果和算法,本研究计算了某 等离子炬典型运行工况下的电弧运行轨迹。模型离 子炬极间施加U=70V直流电压后发生器内部电场分 布矢量图如图4所示。



图4 电极电场矢量图

在此基础上,应用前面的理论和算法,本研究首 先计算了不同运行工况下等离子电弧的平面运行轨 迹。计算条件为:

电子质量、电量分别为 $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg、 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C;元体积电弧初始位置为(0,0.205)、体 积 Δv ;在P=1 atm、弧柱温度T=10003 K(对应电弧电 流I=50 A)的工况下, N₂质量密度 $\rho = 0.017$ kg/m³,电 子数密度 $n_e = 1.28 \times 10^{22}$ /m^{3[13]}。则元体积电弧带电量 为 $\Delta Q = \Delta v \cdot n_e \cdot e$,弧微元质量为 $\Delta m = \Delta v \cdot \rho$;设水平 方向初始速度 $v_{x0} = 0$,垂直方向初始速度 $v_{y0} = 340$ m/s。

n=50,100,200,250 工况下等离子电弧的平面运



行轨迹如图5所示。需要说明的是,基于现有实验条件的限制,目前还不能测试实际运行中的等离子电弧运动轨迹,只能观察到等离子矩内电弧在阳极上的烧蚀痕迹。通过比较离子炬内电弧在阳极上的烧蚀痕迹可知,笔者研究计算的电弧在阳极上的烧蚀点与实际结果吻合得较好。此外,笔者还与国内外的相关理论研究成果进行了对比。对比结果进一步证实了本研究的成果的有效性和正确性。

此外,由不同分段数 *n*=50,100,200,250 计算得到 的轨迹可知,随着分段数 *n* 的增加,计算步长1变小, 数值计算的精度随之增加,但当 *n* 增加到一定值时, 电弧在 *y* 方向上的坐标变化量 Δ*y* 趋于0,再增加 *n* 意 义不大,阳极弧根位置已经趋于稳定。

在此基础上,本研究又计算了不同运行工况下等 离子电弧的稳态旋转速度。为此,本研究首先计算磁 场。励磁电流 $I_m = 5$ A 时阴阳极间的磁场分布矢量如 图6所示。



图6 磁感应强度分布矢量图

计算的初始条件和参数如下:在P=1 atm条件下,氮 气等离子体电弧电流I=50 A(据表1,对应 $r_*=2.83$ mm), 发生器内腔温度T=5 000 K,氮气密度 $\rho=0.068$ kg/m³, 运动粘度 $v=\eta/\rho=0.002$ 03 m²/s (η 为粘度, $\eta=1.381\times10^{-4}$ Pa/s),L=0.025 m。将上述参数代入式 (18),迭代2 000次,分别计算出n=50,100,200,250 时 电弧的旋转速度,计算结果如表2所示。

表2 不同分段计算出的电弧转速

| n | 50 | 100 | 200 | 250 |
|-----------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $\omega/(rad \cdot s^{-1})$ | 5.3509×10 ³ | 5.7078×10^{3} | 5.6656×10 ³ | 5.7059×10 ³ |
| error | 3.647 5×10 ⁻¹⁰ | 1.9539×10 ⁻¹⁰ | 6.413 1×10 ⁻¹⁰ | 2.078 3×10 ⁻¹⁰ |

同理,随着分段数 n 的增加和计算步长 l 的减小, 以及随着电弧位置的稳定,电弧的旋转速度亦趋于稳 定。

5 结束语

本研究提出了同轴等离子体发生器等离子电弧 运行轨迹和旋转速度计算的有效模型和快速计算方 法,为工程分析和设计提供了理论依据。与现有成果 相比,本研究成果具有算法简单、计算效率高等优点, 非常适合工程推广和应用。

参考文献(References):

- [1] 周鹤凌.大尺度磁旋电弧等离子体的实验研究[D].合肥: 中国科学技术大学工程科学学院,2008:27-28.
- [2] 茹科夫,科罗捷耶夫,乌柳科夫,等.热等离子体实用动力 学[M].北京:科学出版社,1981.
- [3] SHARAKHOVSKY L I. Experimental investigation of an electric arc motion in annular ventilated gap under the action of electromagnetic force [J]. Journal of Engineering Physics, 1971(20): 306–313.
- [4] ESSIPTCHOUK A M, SHARAKHOVSKY L I, MAROTTA A. A new formula for the rotational velocity of magnetically driven arcs [J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2000(33):2591–2597.

- [5] GUO Rui, HE Jun-jia, ZHAO Chun, et al. Rotary Arc Switch and Simulation of the Arc Motion. Proceedings of CSEE on High Voltage. Shenzhen:[s.n.],2007:1323-1327.
- [6] 杜百合,黎林村,马强,等.磁驱动旋转电弧运动图像及弧电压脉动的实验研究[J].核技术,2005,28(10): 746-748.
- [7] 过增元,赵文华. 电弧和热等离子体[M]. 北京:科学出版 社,1986.
- [8] TOULOUKIAN Y S. Thermal conductivity: nonmetallic liquids and gases[M]. IFI/Plenum, 1970.
- [9] 朱士尧. 等离子体物理基础[M]. 北京:科学出版社, 1983.
- [10] 孙杏凡. 等离子体及其应用[M]. 北京:高等教育出版社, 1983.
- [11] 郑春开. 等离子体物理[M]. 北京:北京大学出版社, 2009.
- [12] 倪光正,杨仕友,邱 捷,等. 工程电磁场数值计算[M]. 2 版. 北京:科学出版社,2010.
- [13] VARGAFTIK N B. Tables on the thermoph-sical properties of liquids and gases: In normal and dissociated states [M]. Hemisphere Publishing Corpration, 1975.

[编辑:李 辉]

(上接第699页)

5 结束语

本研究根据对双幅有源箝位谐振直流环节逆变 器^[10]工作过程的详细分析,应用 Mathcad 数值计算软 件,在一定的参数下,能够在箝位电容最大关断电流 与最小关断电流之间搜索出合适的关断电流,使得箝 位电容电压实现无短路平衡控制。由损耗计算结果 可知,短路控制方式的损耗大于无短路控制方式的损 耗,所以通过无短路控制方式,不但能改善传统的母 线电压短路控制所带来的弊端,并且在微型功率逆变 器中进一步降低了电路的损耗。根据所需最小电容 可知,研究者可以选取寿命长的薄膜电容作为箝位电 容,以达到微型功率ACRDCLI寿命长的要求。

参考文献(References):

- DIVAN D M. The resonant DC link converter-a new concept in static power conversion[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 1989, 25(22):317-325.
- [2] YING Jian-ping, HEUMANN K. Two-amplitude active

clamped resonant dc link inverter [C]// IPEMC[~] 97, 1997: 554-562.

- [3] YING Jian-ping, ZHANG De-hua, WANG Fan-bin, et al. Two-Amplitude Series Actively Clamped Resonant DC-Link Inverter[C]//IEEE-IAS, 2001:1023-1029.
- [4] 李国志. 双幅有源箝位谐振直流环节逆变器的研究[D]. 杭州:浙江大学电气工程学院,2002.
- [5] 张德华,应建平,刘 腾,等.一种新型有源箝位谐振直流
 环节逆变器控制策略[J].电工技术学报,2002,17(2):
 44-49.
- [6] 张德华,应建平,刘 腾,等.双幅有源箝位谐振直流环节
 逆变器的分析和设计[J].中国电机工程学报,2002,22
 (9):48-53.
- [7] 林渭勋. 现代电力电子电路[M]. 北京:机械工业出版社, 2006.
- [8] 王 聪.软开关功率逆变换器及其应用[M].北京:科学 出版社,2000.
- [9] 宋 征,林 勇,王保东.谢国锋. Mathcad7.0人门及其工 程应用[M].北京:人民邮电出版社,1999.
- [10] 刘 茜,应建平,刘 腾,等.双环控制双幅有源钳位谐振 直流环节逆变器[J].电力电子技术,2001(1):24-25.

[编辑:张 翔]