一类混沌系统脉冲同步研究

王昭礼[1]，李传东[2]
（1. 杭州电子科技大学 计算机学院，浙江 杭州 310018；2. 重庆大学 计算机学院，重庆 400030）

摘要：针对实际应用中两混沌系统同步可能遇到的问题，利用脉冲同步提出了新的同步解决方案。基于脉冲微分方程理论给出了一类混沌系统脉冲控制同步的充分条件以及系统渐进稳定的充分条件。最后，通过计算机仿真对蔡氏电路的脉冲同步进行了仿真，并验证了本研究方法的有效性。研究结果表明，该方法适用于蔡氏电路，容易得到相应的同步条件并可对脉冲同步时间间隔进行估计。

关键词：混沌同步；脉冲控制；保密通信
中图分类号：TP273　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001 – 4551(2011)06 – 0742 – 04

Impulsive synchronization for class of chaotic systems

WANG Zhao-li[1], LI Chuan-dong[2]
(1. School of Computer Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China;
2. College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: To solve the problems of couple chaos' system synchronization in application, a new method was presented by impulsive synchronization. Based on the impulsive theory, verified criterion for the system's impulsive synchronization was derived easily. A sufficient condition for asymptotic stability was presented. Moreover, the equidistant impulse interval was also estimated. Some experimental results on impulsive synchronization between two Chua's circuits were presented and the effectiveness of our method was shown by computer simulation. The research results show that the proposed method is fit for the original Chua oscillators, and the corresponding synchronization conditions were easy to obtain.

Key words: synchronization of chaotic systems; impulsive control; secure communication

0　引　言

混沌是 1885 年研究者们在解决"three-body problem"时被逐步发现的，Henri Poincaré 给出了最初的混沌准则，Edward Lorenz 在混沌领域里做出了卓越的贡献，给出了混沌的计算模型，被命名为 Lorenz 混沌系统。1927 年研究者第一次观测到混沌电路，此后，便发现了著名的 Chua's 电路，由于其简洁性，该电路成为混沌控制和同步研究中使用最多的实验电路。混沌理论被誉为 20 世纪继相对论和量子力学之后的第 3 次科学革命。混沌现象存在于数学、物理、化学、生物、医学、哲学、经济学、社会学等各个学科领域中，但到 20 世纪 80 年代末期，人们对混沌理论的研究更多局限在数学和物理学上，发现了很多新的混沌特性。到了上世纪 90 年代初期，混沌系统开始引起研究者的关注和极大兴趣，进而展开了一系列的研究工作。从混沌系统的产生、同步、应用等各个方面进行了许多研究工作。

20 世纪 90 年代 Pecora 和 Carrol 提出混沌同步的方法，并在电子线路上首次观察到混沌同步现象。他们的工作极大地推动了混沌控制在各个工程领域的发展。在混沌系统应用到通信领域时，混沌同步问题成为混沌通信的中心问题。Carroll 和 Pecora 提出了著名的混沌同步方法[1-2]以后，研究者提出了越来越多的混沌同步方法，如混沌系统的绝对同步、广义同步、相

收稿日期：2010 – 10 – 12
作者简介：王昭礼(1984 –)，男，山东枣庄人，主要从事非线性系统控制方面的研究. E-mail：wzlf11@163.com

同步、滞同步、期望同步等。绝对同步是两个混沌系统状态的完全一致,在实际应用中存在诸多局限。广义同步在驱动系统和受动系统之间的信号状态存在特定的函数关系。

由于脉冲控制[3]只需要小的脉冲量就可以控制系统,利用脉冲控制实现混沌同步和稳定性,可以使混沌同步系统更直接地调制数字信号,从而脉冲同步被广泛应用于混沌系统的稳定分析和同步控制[4-6]。因此,基于脉冲控制理论[7-8],许多研究人员对不同类型的混沌系统及其应用进行了研究[9-13],使用小脉冲实现了混沌系统的同步并探讨了系统同步时间间隔。基于脉冲控制的混沌同步方法越来越受到关注。

基于此,笔者讨论了一类混沌系统脉冲同步研究。

1　预备知识

考虑一般的非线性系统:

$$\dot{x}=f(t,x) \tag{1}$$

这里 $f:R^{+}\times R^{n}\rightarrow R^{n}$ 是连续非线性函数,是状态向量,并且 $\dot{x}=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$,设离散时刻集 $\{\tau_i\}$ 满足当 $t\rightarrow\infty$ 时,$0\leqslant t_0<\tau_1<\cdots<\tau_i<\tau_{i+1}<\cdots,\tau_i\rightarrow\infty$。

假设在 τ_i 时刻,状态变量存在一个跳变使得:

$$U(i,x)=\Delta x\big|_{t=\tau_i}\triangleq x(\tau_i^{+})-x(\tau_i^{-}) \tag{2}$$

这里 $x(\tau_i^{+})=\lim_{t\rightarrow\tau_i^{+}}x(t)$,$x(\tau_i^{-})=\lim_{t\rightarrow\tau_i^{-}}x(t)$,通常认为 $x(\tau_i^{-})=x(\tau_i)$。那么,t_0 时刻初值为 x,脉冲系统可写为:

$$\begin{aligned}&\dot{x}=f(t,x),t\neq\tau_i\\&\Delta x=U\cdot(i,x),t=\tau_i\\&x(t_0)=x_0,t_0\geqslant0,i=1,2,\cdots\end{aligned} \tag{3}$$

通常也称为脉冲微分方程。对于方程式(3),设 $f(t,0)=0$,对于 i 有 $U(i,0)=0$。

为研究该系统的稳定性,定义如下:

定义 1　函数 $V:R_{+}\times R^{n}\rightarrow R_{+}$ 满足如下条件时则称 $V\in\sum$:

(1) 在函数 $(\tau_{i-1},\tau_i]\times R^{n}$ 函数 $ V $,对于每一个 $x\in R^{n}$,$i=i,2,\cdots$,存在:

$$\lim_{(t,y)\rightarrow(\tau_i^{+},x)}V(t,y)=V(\tau_i^{+},x)$$

(2) V 在 x 上满足局部 Lipschitz 条件。

定义 2　对 $(t,x)\in(\tau_{i-1},\tau_i]\times R^{n}$,定义:

$$D^{+}V(t,x)\equiv\lim_{h\rightarrow0^{+}}\sup\frac{1}{h}\{V[t+h,x+hf(t,x)]-V(t,x)\}$$

定义 3　令 $V\in\sum$,设:

$$\begin{cases}D+V(t,x)\leqslant g[t,V(t,x)], & t\neq\tau_i\\V[t,x+U(i,x)\leqslant\psi_i[V(t,x)], & t=\tau_i\end{cases} \tag{4}$$

这里 $g:R_{+}\times R_{+}\rightarrow R$ 连续且 $g(t,0)=0$,$\psi_i:R_{+}\rightarrow R_{+}$ 是非减函数。那么如下系统称为系统式(3)的比较系统:

$$\begin{cases}\dot{\omega}=g(t,\omega), & t\neq\tau_i\\\omega(\tau_i^{+})=\psi_i(\omega(\tau_i))\\\omega(t_0)=\omega_0\end{cases} \tag{5}$$

2　混沌系统分析

考虑如下混沌系统,方程描述如下:

$$\begin{cases}\dot{x}=Ax+f(x)+u\\y=Cx\end{cases} \tag{6}$$

这里 $x\in R^{n}$ 是状态变量,$y\in R$ 是系统输出,$A\in R^{n\times n}$,$C\in R^{m\times n}$,$f:R^{n}\rightarrow R^{n}$ 是非线性映射并满足李氏条件。即对于任意的 $x,y\in R^{n}$ 存在正数 L,有:

$$\|f(x)-f(y)\|\leqslant L\|x-y\|$$

可以在时刻 $\tau_i(i=1,2,3,\cdots)$,打入脉冲来同步混沌系统(\ref{chaos}),即驱动系统,而响应系统可以写为:

$$\begin{cases}\dot{x}=A\tilde{x}+f(\tilde{x})+u, & t\neq\tau_i\\\Delta\tilde{x}=-B(x-\tilde{x})-PC(x-\tilde{x}), & t=\tau_i\\\tilde{y}=C\tilde{x}\end{cases} \tag{7}$$

那么容易得到脉冲同步后的误差系统为:

$$\begin{cases}\dot{e}=Ae+\phi(x,\tilde{x}), & t\neq\tau_i\\\Delta e=Be, & t=\tau_i\end{cases} \tag{8}$$

若要实现脉冲同步,要保证式(8)在原点处渐进稳定。

前文中提到,脉冲微分方程的稳定性是由其比较系统的稳定性来决定的。下面本研究探讨了该误差系统的比较系统的稳定性。

脉冲微分方程的比较系统,并不是容易构造,定义如下:

定义 4　令 $V\in\sum$,假设:

$$\begin{cases}D+V(t,x)\leqslant g[t,V(t,x)], & t\neq\tau_i\\V[t,x+U(i,x)]\leqslant\phi_i[V(t,x)], & t=\tau_i\end{cases} \tag{9}$$

这里 $g:R_{+}\times R_{+}\rightarrow R$ 为连续函数且 $g(t,0)=0$,$\phi_i:R_{+}\rightarrow R_{+}$ 不减。那么可得误差系统的比较系统如下:

$$\begin{cases}\dot{\omega}=g(t,\omega), & t\neq\tau_i\\\omega(T_i^{+})=\phi_i(\omega(\tau_i)),t=\tau_i\\\omega(t_0)=\omega_0\end{cases} \tag{10}$$

定理 1　若满足如下两个条件:

(1) 即满足以下条件:

$V:R_{+}\times S_{\rho}\rightarrow R_{+,\rho}>0,V\in\sum D^{+}V(t,x)\leqslant g[t,V$

$(t,x)]$, $t\neq\tau_i$。

（2）存在一个 $\rho_0>0$，若存在 $x\in S_{\rho0}$ 可以知对于所有的有 $x+U(i,x)\in S_{\rho0}$，并且 $V[t,x+U(i,x)]\leqslant\psi_i[V(t,x)]$, $t=\tau_i$, $x\in S_{\rho0}$。

由脉冲微分方程的理论可知，式(5)的平凡解稳定性可以推知式(3)的平凡解的稳定性。定理证明参见文献[11]。

定理 2 令 $g(t,\Omega)=\lambda(t)\omega$, $\lambda\in C^1[R_+,R_+]$, $\psi_i(\omega)=d_i\omega$, $d_i\geqslant0(i=1,2,\cdots)$，那么，系统式(3)满足如下条件的话，该系统在原点处是渐进稳定的：

（1）条件一：

$$\sup_i\{d_i\exp[\lambda(\tau_{i+1}-\lambda(\tau_i)]\}=\varepsilon_0<\infty \qquad (11)$$

（2）条件二：存在一个 $\gamma>1$，对于 $d_{2i+3}d_{2i+1}\neq0(i=1,2,\cdots)$，使得：

$$\lambda(\tau_{2i+3})+\ln(\gamma d_{2i+2}d_{2i+1})\leqslant\lambda(\tau_{2i+1})) \qquad (12)$$

（3）条件三：$\lambda(t)\geqslant0$；

（4）条件四：在 Γ 中，存在 $a(\cdot)$ 和 $\beta(\cdot)$ 使得 $\alpha(\|x\|\leqslant V(t,x)\leqslant\alpha(\|x\|)$。

证明：设 $\omega(t,t_0,\omega_0)$ 为如下比较系统的解：

$$\begin{cases}\dot{\omega}(t)=\dot{\lambda}(t)\omega(t)\\ \omega(\tau_k^+)=d_k\omega(\tau_k)\\ \omega(t_0^+)=\omega_0\geqslant0\end{cases}$$

可知：

$$\omega(t,t_0,\omega_0)=\omega_0\prod_{t_0<\tau_k<t}d_k\exp(\lambda(t)-\lambda(t_0)) \qquad (13)$$

只需证：

$$\omega(t,t_0,\omega_0)\leqslant\max\{1,\varepsilon_0\}\omega_0\exp(\lambda(t)-\lambda(t_0))$$
$$t\geqslant t_0,0\leqslant t_0<\tau_1 \qquad (14)$$

为证上式，首先考虑 $d_k\neq0$ 的情况。下面分 3 种情况考虑：

（1）$t_0<t<\tau_1$ 由式(13)知，有：

$$\omega(t,t_0,\omega_0)=\omega_0\exp(\lambda(t)-\lambda(t_0))\leqslant \omega_0\exp(\lambda(t)-\lambda(t_0))$$

（2）$\tau_{2k-1}<t<\tau_{2k}$，这里 $K\geqslant1$，由式(13)可知有：

$$\omega(t,t_0,\omega_0)=\omega_0\prod_{i=0}^{2k-1}d_i\exp(\lambda(\tau_1)-\lambda(t_0))\exp(\lambda(t)-\lambda(t_0))\leqslant$$
$$\begin{cases}\omega_0\prod_{i=1}^{2k}d_i\exp(\lambda(\tau_1)-\lambda(t_0))\exp(\lambda(\tau_{2k+1})-\lambda(t_1)),\quad d_{2k}\geqslant1\\ \omega_0\epsilon_0\prod_{i=1}^{2k-2}d_i\exp(\lambda(\tau_1)-\lambda(t_0))\exp(\lambda(\tau_{2k-1})-\lambda(t_1)),\quad d_{2k}<1\end{cases}\leqslant$$
$$\max\{1,\epsilon_0\}\frac{\omega_0}{r^{k-1}}\exp(\lambda(\tau_1)-\lambda(t_0))$$

（3）对于任意 $k\geqslant1$, $\tau_{2k}<t<\tau_{2k+1}$，由式(13)得到：

$$\omega(t,t_0,\omega_0)=\omega_0\prod_{i=0}^{2k}d_i\exp(\lambda(\tau_1)-\lambda(t_0))\exp(\lambda(t)-\lambda(\tau_1))\leqslant\omega_0\prod_{i=0}^{2k}d_i\exp(\lambda(\tau_1)-\lambda(t_0))\exp(\lambda(\tau_{2k+1})-\lambda(\tau_1))\leqslant\frac{\omega_0}{r^k}\exp(\lambda(\tau_1)-\lambda(t_0))$$

则定理 2 成立。

另一种情况 $d_k=0$，对于任意的 $t\geqslant\tau_k^+$，有：

$$\omega(t,t_0,\omega_0)=0$$

那么容易得对于任意的 $t\geqslant\tau_k^+$，式(14)成立。而对于 $t\leqslant\tau_k^+$ 的证明过程同上。

因此可以选取 $\delta=\xi/2\times\max\{1,\epsilon_0\}\omega_0\exp(\lambda(t)-\lambda(t_0))$，又知比较系统的平凡解为 $\omega=0$。

随着 $t\to8$, $k\to8$，可知：

$$\lim_{t\to8}\omega(t,t_0,\omega_0)=0$$

容易得比较系统的平凡解 $\omega=0$ 在零点是渐进稳定的。

利用定理 1，首先证明满足定理 1 的条件(2)。考虑如下两个情况：

（1）$\epsilon_0=0$ 对于任意的 $\rho_0>0$，显然条件(2)成立。

（2）$\epsilon_0\neq0$，因为初值为 $\alpha(0)=0$ 的 α 函数是严格递增函数，对于任意给定的 ρ，存在一个 $\rho_0>0$，满足：

$$\alpha(\rho_0)\leqslant\frac{\beta(\rho)}{\epsilon_0} \qquad (15)$$

有：

$$V(t,X+I_k(X))\leqslant d_kV(t,X)\leqslant d_k\exp(\lambda(\tau_{k+1})-\lambda(\tau_k))V(t,X)\leqslant\sup_k\{d_k\exp(\lambda(\tau_{k+1})-\lambda(\tau_k))\}V(t,X)<\epsilon_0\alpha(\rho_0)<\beta(\rho)$$

由定理条件(4)，可得：

$$\beta(\|X+I_k(X)\|)\leqslant V(t,X+I_k(X))\leqslant\beta(\rho)$$

同理 β 也是严格递增的，有：

$$\|X+I_k(X)\|<\rho$$

可以推出 $X+I_k(X)\in S(\rho)$，那么由定理 1，比较系统式(3)在原点处是渐进稳定的。

为研究如上式(8)误差系统，有如下结果：

定理 3 令脉冲是以 δ 为间隔的等距脉冲。假设存在对称正定矩阵 $Q\in R^{n\times n}$ 和常量 $\mu>0$, $k>0$, $d>0$, $\gamma>1$，使得：

（1）$\Omega_1=A^{\mathrm{T}}Q+QA+\mu L^2\boldsymbol{I}+(1/\mu)Q^2-kQ\leqslant0$；

（2）$\Omega_2=(\boldsymbol{I}+PC)^{\mathrm{T}}Q(\boldsymbol{I}+PC)-dQ\leqslant0$；

（3）$k\delta+\ln(\gamma d)\leqslant 0$。

这里 $\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵。那么，误差系统式（8）是渐进稳定的。

证明：对 $t\neq\tau_i$，构造如下 Lyapunov 函数：

$$V(t,e)=e^{\mathrm{T}}Qe,\quad t\neq\tau_i \tag{16}$$

这里 $\boldsymbol{Q}$ 是对称正定矩阵，且定为 $\boldsymbol{Q}>0$。令 $\beta(\|e\|)$ 和 $\alpha(\|e\|)=\lambda_M(\boldsymbol{Q})$，这里 λ_m 和 λ_M 分别表示方阵的最小和最大特征值。那么，$\alpha(\cdot),\beta(\cdot)\in\Gamma$。由上式可以推知：

$$\beta(\|e\|)\leqslant V(t,e)\leqslant\alpha(\|x\|)$$

$$\begin{aligned}D^{+}V(t,e)&=e^{\mathrm{T}}(A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}A)e+\varphi^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}e+e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\varphi\leqslant\\&e^{\mathrm{T}}\times(A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}A)e+\mu\varphi^{\mathrm{T}}\varphi+\frac{1}{\mu}e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}e\leqslant\\&e^{\mathrm{T}}\times\left(A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}A+\mu L^2I+\frac{1}{\mu}\boldsymbol{Q}^2-k\boldsymbol{Q}\right)e+\\&kV(t,e)\equiv e^{\mathrm{T}}\Omega_1e+kV(t,e)\leqslant kV(t,e)\end{aligned}$$

这里 $\Omega_1=A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{Q}A+\mu L^2\boldsymbol{I}+(1/\mu)\boldsymbol{Q}^2-k\boldsymbol{Q}\leqslant 0$，且$\lambda>0$。对于 $t=\tau_i$，有：

$$\begin{aligned}V(\tau_i,e+PCe)&=e^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+PC)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{I}+PC)e=\\&e^{\mathrm{T}}[(\boldsymbol{I}+PC)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{I}+PC)]e+\mathrm{d}V(\tau_i,e)\equiv\\&e^{\mathrm{T}}\Omega_2e+\mathrm{d}V(\tau_i,e)\leqslant\mathrm{d}V(\tau_i,e)\end{aligned}$$

这里 $\Omega_2=(\boldsymbol{I}+PC)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{I}+PC)-\mathrm{d}\boldsymbol{Q}\leqslant 0$。令 $\dot{\lambda}(t)=k,d_i=d(i=1,2,\cdots)$。那么，依据定理 2 可知误差系统在原点处是渐进稳定的。

3 数值仿真

为了验证定理的正确性，笔者在本节对新混沌系统脉冲控制与同步进行了数值模拟。在数值模拟实验中，本研究采用 4 阶的 Runge-Kutta 方法解微分方程，步长为 0.005。蔡氏电路的方程简洁表示为：

$$\begin{aligned}\dot{y}_1&=\alpha[y_2-y_1-g(y_1)]\\\dot{y}_2&=y_1-y_2+y_3\\\dot{y}_3&=-\beta y_2\end{aligned} \tag{17}$$

这里 α,β 都是常量参数，且：

$$g(y_1)=by_1+\frac{1}{2}(a-b)(|y_1+1|-|y_1-1|),(a<b<0)$$

赋值如下：$\alpha=9.0,b=15.0,a=-1.24,b=-0.75$。由定理 3，可选 $C=I,P=KI$，这里 $-2\leqslant K\leqslant 0$。$d=(K+1)^2$，可以估计其稳定区域为：

$$0\leqslant\sigma\leqslant\frac{\ln\xi+\ln(K+1)^2}{\mathrm{maxeig}\boldsymbol{Q}}$$

可知：maxeig $\boldsymbol{Q}$ 可由 LMI 工具来计算。

仿真结果如图 1 ~ 3 所示。

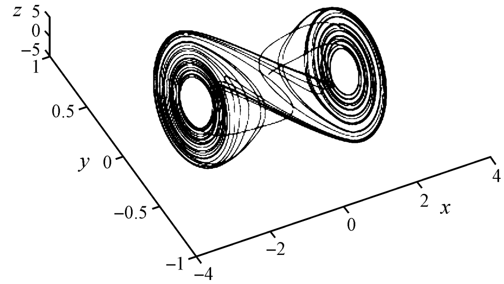


图 1　驱动系统的相图

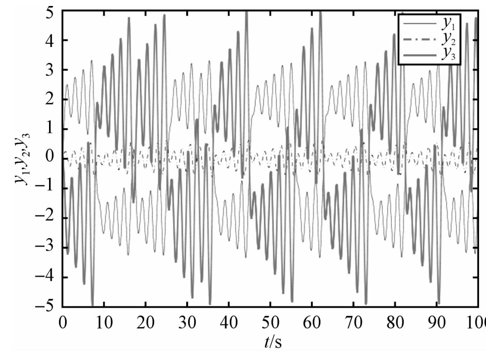


图 2　系统状态图

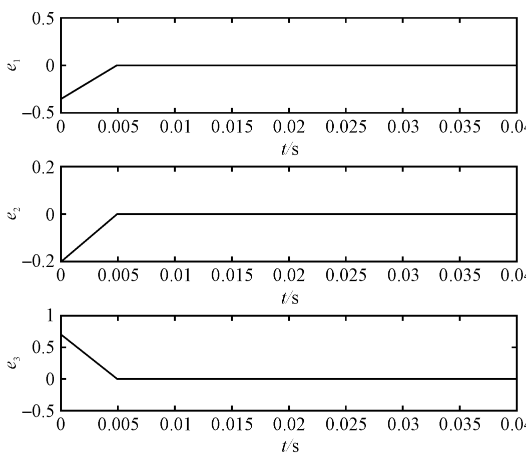


图 3　误差系统状态图

4 结束语

笔者对一类混沌系统的脉冲同步问题进行了研究。依据脉冲微分方程的理论给出了混沌系统脉冲控制同步的充分条件并估计脉冲时间间隔。这一理论可适用于蔡氏电路，容易得到相应的同步条件。另外笔者对其有效性通过计算机仿真进行了验证。

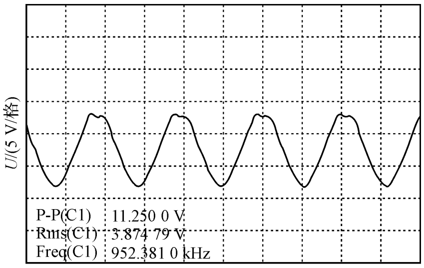
参考文献（References）：

[1] PECORA L M, CARROLL T L. Synchronization in chaotic systems[J]. **Physical Review Letters**, 1990, 64(8): 821-824.

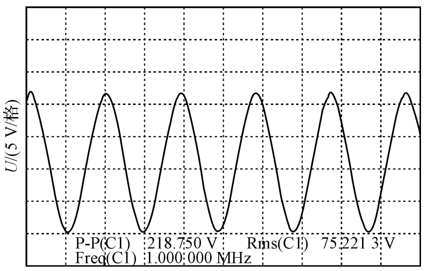
[2] PECORA L M, CARROLL T L. Driving systems with chaotic signals[J]. **Physical Review A**, 1991, 44(4): 2374-2383.

[3] YANG T. Impulsive control[J]. **IEEE Transattions on Automation Control**, 1999(44): 1081-1083.

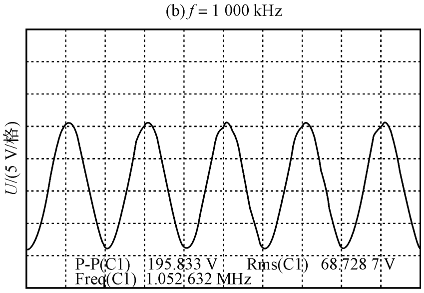
（下转第 749 页）



(a) f = 950 kHz



(b) f = 1 000 kHz



(c) f = 1 050 kHz

图 7　不同频率下负载电压波形

4　结束语

从基本的谐振耦合电路原理出发，本研究设计了频率跟踪无线能量传输系统，并通过实验验证了此系统的有效性。研究结果表明在中等距离耦合范围内，收发线圈在谐振状态下传输效率最高。利用频率跟踪技术解决了谐振耦合电能无线传输中由于谐振频率实时变化带来的传输效率低下问题，有利于该技术的进一步推广与应用。本设计存在的不足在于谐振线圈制作过程存在一定的误差，若要提高效率，收发线圈的设计与制作有待进一步改善和提高。

参考文献(References)：

[1] HIRAI J J, KIM T W, KAWAMURA A. Wireless transmission of power and information for cableless linear motor drive [J]. **IEEE transactions on Power Electronics**, 2000, 15 (1): 21-27.

[2] MANOLATOU C, KHAN M J, FAN Shan-hui, et al. Coupling of modes analysis of resonant channel add-drop filters [J]. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, 1999, 35 (9): 1322-1331.

[3] HEIKKINEN J, SALONEN P, KIVIKOSKI M. Planar rectennas for 2.45 GHz wireless power transfer[C]//Radio and Wireless Conference, Denver, USA, 2000: 63-66.

[4] 陈　敏，周邓燕，徐德鸿. 注入高次谐波电流的磁悬浮列车非接触供电方法[J]. 中国电机工程学报，2005，25 (6)：104-108.

[5] 邹进兴. 电磁辐射_安全标准及其估算和测量的讨论[J]. 中国无线电管理，2000，10(5)：21-23

[6] SOLJACIC M. Wireless energy transfer can potentially recharge laptops, cell phones without cords[R]. San Francisco: Massachusetts Institute of Technology, 2006.

[7] KARALIS A, JOANNOPOULOS J D, SOLJA CI C M. Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer[J]. **Annals of Physics**, 2008, 23(3): 34-48.

[8] SOLJA CCI M, RAFIF E H, KARALIS A, et al. Coupled-mode theory for general free-space resonant scattering of waves[J]. **Physical Review**, 2007, 75(5): 1-5.

[9] SOLJA CCI M, KURS A, KARALIS A, et al. Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances[J]. **Sciencexpress**, 2007, 112(6): 1-10.

[10] 董文辉. 一种新颖的双管超高频感应加热电源电路拓扑结构的研究[D]. 杭州：浙江大学电气工程学院，2006.

[编辑：张　翔]

(上接第 745 页)

[4] SUN J T, ZHANG Y P, WU Q D. Less conservative conditions for asymptotic stability of impulsive control systems [J]. **IEEE Transattions on Automation Control**, 2003, 48(5): 829-831.

[5] SUN J T, ZHANG Y P. Some impulsive synchronization criterions for coupled chaotic systems via unidirectional linear error feedback approach [J]. **Chaos, Solitons Fractals**, 2004, 19(5): 1049-1055.

[6] SUN J T. Impulsive control for the stabilization and synchronization of Lorenz systems[J]. **Physical Letters A**, 2000, 298(2-3): 153-160.

[7] YANG T. Impulsive Control Theory[M]. Springer, Berlin, 2001.

[8] FU X, YAN B, LIU Y. Introduction to Impulsive Differential Systems(in Chinese)[M]. Beijing: Science Press, 2005.

[9] LI C D, LIAO X, Impulsive synchronization of chaotic systems[J]. **Chaos**, 2005, 15(2): 23104.

[10] BOCCALETTI S, KURTHS J, OSIPOV G, et al. The synchronization of chaotic systems [J]. **Physics Reports**, 2002, 366(1-2): 1-101.

[11] YANG T, CHUA L O. Impulsive stability ation for control and synchronization of chaotic systems: theory and application to secure communication[J]. **IEEE Transaction on Systems, I: Fundamental Theory and Applications**, 1997, 44(10): 976-988.

[12] LI Z G, WEN C Y, SOH Y C. Analysis and design of impulsive control systems[J]. **IEEE Transattions on Automation Control**, 2001, 46(6): 894-903.

[13] SHIL'NIKOV L P. Chua's circuit: Rigorous results and future problems [J]. **IEEE Transactions on circuits and systems I: Fundamental Theory and Applications**, 1993, 40(10): 784-786.

[编辑：张　翔]