

光电互感器同步采样信号的一种参数估计方法

刘明昊,袁嫣红*

(浙江理工大学 机控学院,浙江 杭州 310018)

摘要:为了满足电网数字化的发展需求,用于实时监控电网电流的光电互感器技术成为新的研究热点。为计算传输电流量,需要对经过光电互感器转换后的正弦信号进行参数估计。对光电互感器输出的正弦信号使用同步采样技术可得到一系列采样点,在最小二乘法的基础上推广使用了递推算法,利用这些采样点计算出了被测正弦信号的参数,通过 LabVIEW 软件编程验证了这种方法的可行性,并计算了与实际参数的相对误差。

关键词:光电互感器;参数估计;最小二乘法;递推最小二乘算法;LabVIEW

中图分类号:TM4

文献标识码:A

文章编号:1001-4551(2010)11-0099-04

A parameter estimation method of simultaneous sampling signal generated by optical current transducer

LIU Ming-hao, YUAN Yan-hong

(Faculty of Mechanical Engineering & Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Aiming at meeting the demand of digital grid, optical electronic transformer which is used for real time supervising of AC becomes a new research subject. In order to calculate AC, the parameters were estimated of its own output which is small sine signal after optical electronic transformation. Depending on the technology of simultaneous sampling, a series of points can be found. A method was introduced based on least square method, these points were utilized to calculate the parameter of sine signal and it was improved with recursive least-square (RLS). This method was proved by the program of LabVIEW, and the relative error was calculated.

Key words: optical current transducer; parameter estimate; least square; recursive least-square (RLS); LabVIEW

0 引 言

为保证电力系统的稳定性,需要对其进行实时测量和保护,电流互感器作为电力测控的基本元件,采用电磁感应的原理测量电流。随着电网数字化等级的不断提升,老式的电流互感器已经满足不了数字化变电站的发展,新出现的光电互感器^[1-2]成为未来发展的方向^[3]。基于法拉第旋光效应^[4-5]的光电互感器,通过光电转换先将高压信号转换为低压小信号,再采用锁相环同步采样技术^[6-7],对交流正弦小信号进行采样,得到一系列的采样值,对采样点进行分析计算,从而得

到被测信号的估计参数,这些估计参数值被用于计算交流电流量。对这类小信号采样点可以通过 DFT 计算其相位和频率,也有研究^[8-9]通过最小二乘法对采样点进行处理,计算正弦信号的主要参数。最小二乘法多用于线性方程,而正弦信号经过线性化处理后也可采用该方法^[10],但具体使用时为了获得较为满意的计算结果,需要占用大量内存,每增加一组测量值,都必须重新进行繁杂的矩阵求逆运算,使之在线计算消耗大量的资源。

为解决这一问题,本研究在最小二乘法计算结果的基础上采用递推算法,每增加一组采样值,就修正一次参数估计值,随着采样点的增多,便可获得较满意的

结果,而递推算法具有无矩阵求逆,以及跟踪实变系统的特点,可以利用先前的计算结果,结合新采样得到的数据,计算被测量的参数,这样不仅减少了计算量和储存量,而且可以实现在线参数估计。本方法可作为交流同步采样信号的一种后级处理方法。

1 最小二乘法原理

最小二乘法作为参数估计领域中的一种最基本方法,在科学研究和社会实践中已经有了广泛的应用,通过一组实验或测量的数据对研究对象进行参数估计,具体做法如下:

被测对象的方程为:

$$Y = A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 + \cdots + A_n X_n \quad (1)$$

待估计参数为:

$$A = [A_1, A_2, A_3 \quad \cdots \quad A_n] \quad (2)$$

对应 N 次的测量方程组为:

$$\begin{cases} Y_1 = A_1 X_{11} + A_2 X_{12} + \cdots + A_n X_{1n} \\ Y_2 = A_1 X_{21} + A_2 X_{22} + \cdots + A_n X_{2n} \\ \cdots \\ Y_N = A_1 X_{N1} + A_2 X_{N2} + \cdots + A_n X_{Nn} \end{cases} \quad (3)$$

建立最小二乘法条件为:

$$\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y})^2 = \min \quad (4)$$

式中 $\hat{Y}$ —估计值。

可通过求偏导整理得到参数 A 的估计值为:

$$\hat{A} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (5)$$

其中有:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ X_{N1} & X_{N2} & \cdots & X_{Nn} \end{bmatrix}; Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdots \\ Y_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

2 研究对象建模

利用法拉第旋磁效应,通过光电转换后得到的信号为正弦信号^[11],使用最小二乘法对交流信号采样点进行参数计算,通过变量替换来实现线性化处理,即:

$$y = A \sin(wt + \theta) + c = A \sin w t \cos \theta + A \cos w t \sin \theta + c \quad (7)$$

参数 $w = 2\pi f$,使用 LabVIEW 中的单频测量模块,可根据采样点得到信号的频率 f ;当信号 w 和采样点间隔 t 为已知后,则可计算出 $\sin wt$ 和 $\cos wt$,待估计参数为 $O = [a, b, c]$ 。

进行变量替换,令:

$$X_1 = \sin wt, X_2 = \cos wt, X_3 = 1, a = A \cos \theta, b = A \sin \theta \quad (8)$$

正弦函数可线性化为:

$$Y = aX_1 + bX_2 + c \quad (9)$$

则有:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & 1 \\ X_{21} & X_{22} & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ X_{N1} & X_{N2} & 1 \end{bmatrix}; Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdots \\ Y_N \end{bmatrix} \quad (10)$$

利用公式 $O = (X^T X)^{-1} X^T Y$ 可知,通过一组测量值 Y 和对应点的 wt ,可以估算出参数 a, b, c ,利用 $\tan \theta = b/a$,可先得 θ ,再计算 $A = b/\sin \theta$,从而得到被测对象的参数。由于最小二乘法基本算法使用时存在缺陷,如数据量大来计算 $(X^T X)^{-1}$ 占用大量内存,每增加一次观测值都必须重新计算 $[X^T X]^{-1}$,导致矩阵求逆计算量很大,存储量也很大,不利于在线进行参数估计。为克服以上缺陷,本研究采用递推最小二乘算法(RLS),每增加一组新的采样值 y_{N+1} (对应 x_{N+1}),在原先的基础上又增加了一个方程 $y_{N+1} = x_{N+1} O$,则新的数据阵为:

$$X_{N+1} = \begin{bmatrix} X_N \\ x_{N+1} \end{bmatrix}; Y_{N+1} = \begin{bmatrix} Y_N \\ y_{N+1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

随着采集到的数据越来越多,新采集的数据提供的信息会被旧的数据所淹没,这就是所谓的数据饱和现象,为防止出现数据饱和,有必要引入遗忘因子法,对旧数据加上遗忘因子 p ($0.95 \leq p \leq 1$),按指数加权来衰减旧数据,其计算方法如下:

加入衰减因子 p 后的数据阵为:

$$X_{N+1} = \begin{bmatrix} pX_N \\ x_{N+1} \end{bmatrix}; Y_{N+1} = \begin{bmatrix} pY_N \\ y_{N+1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

令:

$$P_N = [X_N^T X_N]^{-1} \quad (13)$$

则有:

$$P_{N+1} = [X_{N+1}^T X_{N+1}]^{-1} = \left[(pX_N^T \quad x_{N+1}^T) \begin{pmatrix} pX_N \\ x_{N+1} \end{pmatrix} \right]^{-1} =$$

$$\left[p^2 P_N^{-1} + x_{N+1} x_{N+1}^T \right]^{-1} = \left[p^2 + P_N x_{N+1}^T x_{N+1} \right]^{-1} P_N \quad (14)$$

根据矩阵求逆引理:

$$[A + BC]^{-1} = A^{-1} - A^{-1} B [I + CA^{-1} B]^{-1} CA^{-1} \quad (15)$$

令:

$$p^2 I = A, P_N x_{N+1} = B, x_{N+1} = C \quad (16)$$

可得到:

$$P_{N+1} = \frac{1}{p^2} \left[I - \frac{P_N x_{N+1}^T x_{N+1}}{p^2 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}} \right] P_N,$$
$$O_{N+1} = P_{N+1} X_{N+1}^T Y_{N+1} = P_{N+1} \begin{bmatrix} p X_N^T & x_{N+1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p Y_N \\ y_{N+1} \end{bmatrix} =$$
$$P_{N+1} \begin{bmatrix} p^2 X_N^T Y_N + x_{N+1}^T y_{N+1} \end{bmatrix} =$$
$$P_N X_N^T Y_N - \frac{P_N x_{N+1}^T x_{N+1} P_N X_N^T Y_N}{p^2 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}} + \frac{1}{p^2} P_N x_{N+1}^T y_{N+1} -$$
$$\frac{P_N x_{N+1}^T x_{N+1} P_N x_{N+1}^T y_{N+1}}{p^2 (p^2 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1})} \quad (17)$$

令:

$$G_{N+1} = \frac{P_N x_{N+1}^T}{p^2 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}} \quad (18)$$

再利用 $P_N = (X_N^T X_N)^{-1}$ 和 $O_N = P_N X_N^T Y_N$ 可将上式化简,得到递推算法计算式:

$$O_{N+1} = O_N + G_{N+1} (y_{N+1} - x_{N+1} O_N) \quad (19)$$

其中, O_N 为前 N 组数据利用最小二乘法得到的估计值,下式可作为递推算法的停机标准:

$$\text{Max} \left| \frac{O_{N+1} - O_N}{O_{N+1}} \right| < \varepsilon \quad (20)$$

式中 ε —给定的表示精度要求的正数。

3 采样数据仿真

为了得到一组 Y 值作为被测量原始数据,本研究采用了 LabVIEW8.2 中的信号仿真模块,仿真实际采样出的测量数据。LabVIEW 是美国国家仪器公司 (National Instrument Corp., 简称 NI) 推出的一种虚拟仪器 (virtual instrument, 简称 VI) 开发软件,使用的是图形化编辑语言 G 编写程序,可将数据流动清晰地展现,具有通用的数据接口函数库,可进行数据分析和显示,可根据用户需要定义和制造出各种针对性的仪器。

使用 LabVIEW 中的信号仿真模块可得到一组仿真采样数据。本研究设置信号类型为正弦,频率 $f = 10 \text{ Hz}$,幅值为 2,偏移量 1,相位角 45° ,添加均匀白噪声,设置采样率 1 000,可得 1 000 个 $Y = [y_1, y_2, y_3, \dots, y_{1000}]$,其仿真信号设置及其输出波形如图 1 所示。根据 $w = 2\pi f$ 和 1 000 的采样率,可得到每个采样点对应的 $wt = 2\pi \times 10 \times n / 1000 (n = 1 \sim 1000)$,可得线性代换中的 $\sin wt$ 和 $\cos wt$ 。对于实际采样的信号,可先通过 LabVIEW 中的单频测量模块得到信

号的频率 f 。

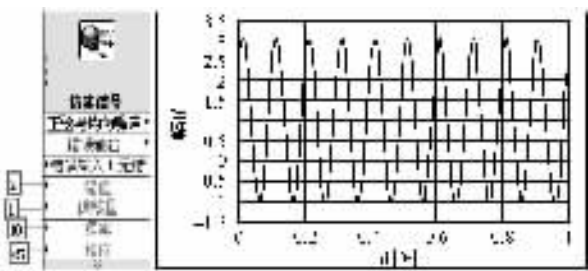


图 1 仿真数据

4 Matlab 节点程序及估算结果

LabVIEW 中的 Matlab 节点模块位于函数面板|数学|脚本与公式|脚本节点下,包含该节点的程序运行时会打开一个 Matlab Command 窗口,要求计算机上也安装有 Matlab 软件,本研究使用的是 Matlab 6.5。利用采样点 1 000 组数据中的前 300 组数据计算出的估计值为 $O = [a, b, c] = [1.511\ 67\ 1.325\ 16\ 0.970\ 312]$,再通过 b/a 计算出 $\tan \theta$,由反正切函数得到 $\theta = 0.719\ 74$,再利用 $b/\sin \theta$ 计算出 $A = 2.010\ 2$ 。

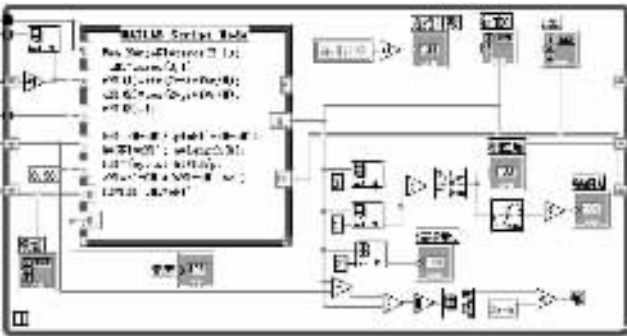


图 2 LabVIEW 程序

计算出的 A, θ 和 c 作为递推算法的初始 O ,有理由相信新出现的测量数据更加接近目前的测量对象,故引入遗忘因子,遗忘因子通常不小于 0.9,当系统为线性的,应选择 $0.95 \leq p \leq 1, p$ 越小遗忘速度越快,本研究中设置遗忘因子 $p = 0.96$,准则参数 $\varepsilon = 0.000\ 02$,递推算法的 LabVIEW 程序如图 2 所示。其递推之后的计算结果为: $A = 2.051\ 48, \theta = 0.792\ 93, c = 1.052\ 34$ 。可以看出计算出的参数和仿真设置的参数存在一定误差,利用 (计算值 - 真值)/真值可计算出各个参数的相对误差。当信号频率 $f = 10$ 时,设置不同参数的正弦信号,进行多次计算,其部分结果如表 1 所示。

表 1 部分计算结果

参数	最小二乘结果	递推次数	相对误差/(%)	递推结果	相对误差/(%)	ε 取值
$A=3$	2.994 01	530	0.199 6	2.992 36	0.254 7	0.000 02
$\theta=45^\circ$	0.718 93		8.460 2	0.760 72	3.139 2	
$c=1$	1.002 66		0.266	1.040 26	4.026	
$A=5$	5.003 47	557	0.069 4	4.981 91	0.361 8	0.000 02
$\theta=60^\circ$	0.983 11		6.117 0	1.045 54	0.155 3	
$c=2$	2.010 23		0.511 5	1.976 76	1.162	
$A=5$	5.010 09	464	0.201 8	5.004 07	0.081 4	0.000 03
$\theta=60^\circ$	0.989 20		5.535 5	1.032 26	1.423 4	
$c=2$	1.996 94		0.153	1.985 77	0.711 5	

表 1 给出几组数据的测试结果,显示出最小二乘算法的相对误差在计算参数 A 和 c 时,要优于 RLS 算法,而对参数 θ 而言,则反之,如此可在需要时选择两种方法的计算结果相互补偿,从而达到最佳效果。选取不同的 ε 值可达到所需要的精度, ε 值越小达到的精度越高,进行递推需要的数据量也就越多,反之越少,应根据现场的条件,选取适当的 ε 值。前 300 组数据利用最小二乘法得到估计结果后,每增加一组新的数据,只需计算 G_{N+1} 和 P_{N+1} ,就可得到 O_{N+1} ,避开了直接利用 $[X_{N+1}^T X_{N+1}]^{-1} X_{N+1}^T Y$ 当中的矩阵求逆运算,一般 n 阶矩阵求逆的复杂度为 $O(n^3)^{[12]}$,每次递推只利用到前一次递推的结果和新测量的一组数据,可有效减少计算机的内存占用量和计算量,便于实现在线跟踪。

5 结束语

笔者利用 LabVIEW 仿真正弦信号作为光电互感器的同步采样点信号,使用最小二乘法求解出正弦信号的参数,并以此作为递推算法的初始值,随后每接收一组采样值,便可直接利用结果进行进一步参数计算,避开了复杂的矩阵求逆运算,节省了计算需要的内存空间和计算量,该方法经过 LabVIEW 软件编程验证了其可行性;若利用 LabVIEW 支持的多种数据接口方式进行采样 Y 值的传送,可以用本方法直接对光电转换的信号采样点进行后续处理,在线估算被测正弦信号的主要参数。

参考文献 (References):

[1] 范寿宁,黄琼辉. 数字式光电互感器的应用[J]. 四川电力

技术,2008,31(3):60-62.

[2] AFFERON T D M, CCLELLAND T M M. 345 kV substation optical current measurement system for revenue metering and protective relaying [J]. **IEEE Trans. Power Delivery**, 1991,6(4):1430-1437.

[3] TAKAHASHI M. Optical Current Sensor for DC Measurement [C]//Transmission and Distribution Conference and Exhibition, 2002. Asia Pacific. IEEE/PES,2002;6-10.

[4] 王少奎. 电子式电流互感器的发展现状及研制难点[J]. 变压器,2003,40(2):20-24.

[5] 赖登群,袁嫣红. 基于 IEC61850-9-1 的合并单元的设计[J]. 浙江理工大学学报,2009,26(1):114-119.

[6] 孙中记,郭吉丰. 基于锁相环电路的超声波电机频率跟踪系统[J]. 机电工程,2008,25(5):58-60.

[7] [日]远坂俊昭. 锁相环(PLL)电路设计与应用[M]. 何希才,译. 北京:科学出版社,2006:109-122.

[8] 张淑玲,庞进丽. 最小二乘法原理在计量测试中的应用[J]. 商丘职业技术学院学报,2008(5):16-19.

[9] 吴顺秋. 基于 LabVIEW8.5 的最小二乘法曲线拟合研究[J]. 长江大学学报,2009,6(1):119-120.

[10] 吴义华,杨俊峰,程敬原,等. 正弦信号四参数的高精度估计算法[J]. 中国科学技术大学学报,2003,36(6):626-629.

[11] BOHNERT K, GABUS P. Optical fiber sensors for the electric power industry source [J]. **Optics and Lasers in Engineering**,2004,43(5):511-526.

[12] 陆全,徐仲,叶正麟. Hankel 矩阵和 Vandermonde 矩阵之逆的新矩阵表示式及快速算法[J]. 陕西师范大学学报,2005(33):11-14.

[编辑:柴福莉]